

# Calcul scientifique avec Mathematica

Micro-projets de conception - modélisation - simulation

**R. Barrère**

Liste des sujets

## Sujets de micro-projets de mathématiques ; sujets de PIC

**Résumé :** ce document présente la liste des sujets de  $\mu$ -projets proposés aux élèves de  $\mu 1$  dans le cadre du module de mathématiques « Compléments d'analyse et modélisation » du semestre J.

**Recherche :** pour rechercher un thème ou un sujet, il suffit d'utiliser la fonction de recherche du logiciel avec un code de thème (MO par exemple), un code de sujet (MO11 par exemple) ou un mot clé (portion de titre, titre abrégé, auteur cité en bibliographie...).

**Ressources bibliographiques :** si un ouvrage ne se trouve ni à l'ensmm, ni à la BU-sciences, le signaler au responsable des projets.

**Site web :** <http://macmaths.ens2m.fr/students>

**Sigles :** PAC : personne à contacter (assure l'encadrement scientifique)

PIC : projet interdisciplinaire collectif

PEC : petite étude de conception

POC : quand le héros de BD reçoit un objet sur la tête

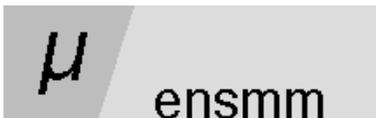
PUC : . . . . (laissé au libre choix de l'utilisateur)

CAC : conseiller à contacter

$\Delta$  : sujet déjà traité, à reprendre ou poursuivre suivant le cas

« document prêté » : à demander à l'encadrement

Université de Franche-Comté



Service de mathématiques  $\mu 1$ -J

**Ordre de présentation :** il suit grosso modo le cheminement hypothético-déductif qui va de la logique aux applications techniques en passant par les maths, l'informatique, la physique et les sciences industrielles. En fait, la plupart de sujets étant interdisciplinaires, il y a une bonne part d'arbitraire dans ce classement. Plus précisément, les sujets sont présentés dans l'ordre :

- LC : Logique, calculabilité, combinatoire
- MF : Mathématiques fondamentales ou générales
- MO : Mathématiques appliquées, modélisation
- AS : Approximations symboliques ou mixtes
- AN : Méthodes et approximations numériques
- GG : Géométrie assistée (GAO), graphiques
- IA : Informatique, algorithmique
- IG : Interaction graphique
- PH : Physique générale, physique fondamentale
- MP : Micro-physique
- S I : Physique appliquée, sciences industrielles
- EM : Electricité, magnétisme, électromagnétisme
- OP : Optique
- EL : Electronique
- AU : Automatique
- MG : Mécanique générale
- TH : Thermodynamique
- CH : Chimie
- BG : Biologie
- EC : Economie
- GP : Gestion de production
- TD : Traitement des données
- DE : Didactique, enseignement
- RT : Sujets « rétro »
- XX : Autres sujets

**Format :** les sujets sont présentés ainsi :

■ **code (XX.nn). Titre [Titre abrégé]**

Corps du sujet : celui-ci y est énoncé en quelque lignes.

- PAC (personne à contacter, le cas échéant).
- Commentaires.
- Bibliographie.
- Renvois vers d'autres sujets.

■ **Liste des sujets...**

### ■ LC01. Systèmes formels [Axiomatiques]

Les systèmes formels de la logique constituent une vision mécaniste de la preuve mathématique : une démonstration y est traitée comme l'application successive de règles symboliques à des formules initiales qui sont les axiomes. On fera une présentation simplifiée des systèmes formels et de leurs principales propriétés, en l'illustrant par des exemples que l'on traitera avec Mathematica.

■ Sujet à la frontière des fondements des mathématiques, de l'informatique théorique et de l'intelligence artificielle ; ce sujet est un petit défi consistant à vulgariser et illustrer ces questions ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ D. Hofstadter : Gödel, Escher, Bach, InterEditions, 1985 ; C. Benzaken : Systèmes formels, Masson, 1991 ; J.L. Laurière : Intelligence artificielle, Eyrolles, 1987 ; G. Chazal : Éléments de logique formelle, Hermès, 1996 ; S. Wolfram : A new kind of science, Wolfram Media, 2002 ■ Collaboration possible avec n° LC02 ■

### ■ LC02. Systèmes de réécriture [Réécriture]

Les systèmes de réécriture constituent un outil commun aux systèmes formels, aux systèmes de calcul formel et aux langages symboliques. On fera une présentation simplifiée des systèmes de réécriture et de leurs principales propriétés, en l'illustrant par des exemples que l'on traitera en Mathematica. On présentera à cette occasion Mathematica comme système de réécriture et l'on programmera éventuellement des variantes.

■ Sujet à la frontière des fondements des mathématiques et de l'informatique ; ce sujet est un petit défi consistant à vulgariser et illustrer ces questions ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ F. Baader, T. Nipkow : Term rewriting and all that, Cambridge, 1998 ; M. Bezem, J.W. Klop, R. de Vrijer : Term rewriting systems, Cambridge, 2003 ; N.H. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992 ; J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996 ; J.L. Laurière : Intelligence artificielle, Eyrolles, 1987 ■ Collaboration possible avec n° LC01 ■

### ■ LC03. Mathématiques pour le paradigme fonctionnel [ $\lambda$ -calcul]

Le lambda-calcul constitue en théorie de la calculabilité le pendant mathématique du paradigme de programmation fonctionnel. On fera une présentation simplifiée de cette théorie en l'illustrant par des programmes Mathematica construits à base de fonctions anonymes (fonctions pures).

■ Sujet assez théorique, pour des étudiants intéressés par les fondements des mathématiques ou de l'informatique ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ J.M. Alliot, T. Schiex : Intelligence artificielle et informatique théorique, Cépadués, 1993 ; J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996 ; R. Maeder : The Mathematica programmer I et II, Academic Press, 1994, 1996 ■

### ■ LC04. Mathématiques pour le style transformationnel [ $\mu$ -calcul]

La théorie des algorithmes de Markov (ou mu-calcul) constitue en théorie de la calculabilité le pendant mathématique du paradigme de programmation transformationnel. On fera une présentation simplifiée de cette théorie en l'illustrant par des programmes Mathematica. On pourra en particulier émuler (simuler) le mécanisme des règles de transformation.

■ Sujet assez théorique, pour des étudiants intéressés par les fondements des mathématiques ou de l'informatique ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ N.H. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992 ; J.M. Alliot, T. Schiex : Intelligence artificielle et informatique théorique, Cépadués, 1993 ; J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996 ; R. Maeder : The Mathematica programmer I et II, Academic Press, 1994, 1996 ■

### ■ LC05. Simplification des fonctions booléennes [Consensus]

Pour concevoir de façon optimale les circuits d'électronique numérique, on fait maintenant appel à la méthode systématique du consensus, qui a remplacé celles plus anciennes de Karnaugh et de Quine McCluskey. On décrira le problème et ces méthodes dans le cadre de l'algèbre de Boole, puis on programmera la méthode du consensus en termes de règles de transformation.

■ Ce sujet d'une certaine ampleur s'adresse à des étudiants qui n'ont pas froid aux yeux ; un groupe de plus de 3 pourrait s'y consacrer. Le sujet pourrait d'ailleurs se prêter à un PIC. ■ N.H. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992, 130-147 ; C. Jacquemin : Logique et mathématiques, Masson, 1994 ; J. Lagasse, M. Courvoisier, J-P. Richard : Logique combinatoire, Dunod (Bordas), 1976 ; J. Kuntzmann : Algèbre de Boole, Dunod, 1965 ; J. Gersting : Mathematical structures for computer science, Computer Science Press, 1993, 512-530 ; E. McCluskey : Logic design principles, Prentice Hall, 1986 ; T. Downs, M. Schulz : Logic design with Pascal, van Nostrand, 1988 ; Projets 2002B et 2003A ■

### ■ LC06. Enumérations en combinatoire [Enumérations]

On se propose d'énumérer (exhiber) les combinaisons usuelles d'éléments d'une liste : arrangements, permutations, combinaisons, parties ... On abordera les énumérations en tant que manipulations symboliques, en vue de la conception d'algorithmes d'énumération basés sur la correspondance avec les coefficients de polynômes ou de séries. Le cas échéant, on généralisera à d'autres types d'énumérations.

■ Sujet visant des solutions originales ; s'adresse de préférence à des étudiants imaginatifs et audacieux. ■ L. Comte : Analyse combinatoire, PUF, 1970 ; D. Stanton, D. White : Constructive combinatorics, Springer, 1986 ; R. Graham, D. Knuth, O. Patashnik : Concrete mathematics, Addison-Wesley, 1989 ; S. Skiena : Implementing discrete mathematics, Addison-Wesley, 1990 ; C. Gomez, B. Salvy, P. Zimmermann : Calcul formel, mode d'emploi, Masson, 1995 ; S. Froidevaux, M-C. Gaudel, M. Soria : Types de données et algorithmes, McGraw-Hill, 1990, 505-566 ■ Document fourni : extrait de polycopié ; A. Kozłowski : Algebraic Programming in Mathematica, The Mathematica Journal, vol 9, n°2, 2004, 483-495 ■

### ■ LC07. Système de calcul formel arithmétique [SCF arithmétique]

On vise la conception d'un (micro-)système de calcul formel basé sur l'arithmétique de Péano. Dans ce cadre, on définira les opérations élémentaires sur les entiers (+,×,^), puis on discutera l'avantage de changer de représentation. Ensuite, on pourra ou bien rester dans ce cadre axiomatique (arithmétique de Péano en tant que type de donnée abstrait) en l'élargissant à la logique et aux rationnels, ou bien traiter la représentation des grands nombres en présentant des algorithmes rapides pour la multiplication et l'exponentiation.

■ G. Cousineau, M. Mauny : Approche fonctionnelle de la programmation, Ediscience, 1995, 134- ; J. Berstel, J-E. Pin, M. Pocchiola : Mathématiques et informatique 2, McGraw-Hill, 1991 ; R. Crandall : Mathematica for the sciences, Addison-Wesley, 1990, 67-74 ; P. Saux Picart : Cours de calcul formel, Ellipses, 1999, ch 2 ; J. Davenport, Y. Siret, E. Tournier : Calcul formel, Masson, 1987 ; J-F. Dufourd, D. Beckmann, Y. Bertrand : Spécifications algébriques, algorithmes et programmation, InterEditions, 1993 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; projet 2003A ■ Document fourni : poly, Maeder, TMJ ■

### ■ MF10. Nombres algébriques [Nombres algébriques]

Les nombres algébriques sont les racines d'équations polynomiales à coefficients entiers. Lorsqu'ils ne s'expriment pas par radicaux, on les représente par un polynôme, les calculs se faisant alors avec cette représentation. Ces calculs ont été peu pratiqués jusqu'ici car trop pénibles à faire à la main ; en revanche, les systèmes de calcul formel les rendent accessibles. On fera une présentation des nombres algébriques avec un inventaire de leurs principales propriétés ; on en esquissera une représentation informatique avec Mathematica.

- Les nombres algébriques sont implantés en Mathematica à partir de la version 3 ; le but du projet est d'en faire une présentation simplifiée dans un but didactique.
- S. Wagon : Mathematica in action, Freeman, 1991, 347-353 ; J. Davenport, Y. Siret, E. Tournier : Calcul formel, Masson, 1987 ; C. Gomez, B. Salvy, P. Zimmermann : Calcul formel, mode d'emploi, Masson, 1995 ■

### ■ MF11. Quaternions [Quaternions]

On fera une présentation des quaternions et de leurs propriétés avec éventuellement quelques remarques historiques. On programmera des fonctions pour calculer avec les quaternions en représentant ceux-ci par la structure Quaternion[a, b, c, d] analogue à Complex[a, b] et en utilisant les définitions amont (UpValues) de Mathematica. Le cas échéant, on introduira l'exponentielle de quaternion et l'on mettra en évidence leur utilisation dans la description des rotations de l'espace.

- Sujet déjà abordé, à reprendre et compléter, soit en introduisant les fonctions de quaternions, soit en visant les applications géométriques ou cinématiques. ■ Document fourni (IMS'95, 291-298 ; extrait de photocopié : les rationnels) ■ On évitera autant que possible la représentation artificielle en terme de matrice. ■ X. Jeanneau, D. Lignon, J-L. Poss : Exercices de mathématiques, Ellipses, 1999 ; H-D. Ebbinghaus et alii : Les nombres, Vuibert, 1998, 195-229 ; de Casteljaou : Les quaternions, Hermès ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; Projet 2003A, 2004B ■

### ■ MF21. Equations diophantiennes polynomiales [Polydiophante]

On se propose de développer un solveur d'équations de la forme  $AP + BQ = C$  où  $A, B, C, P, Q$  sont des polynômes en une indéterminée. On pourra explorer la méthode du PGCD ou celle des coefficients indéterminés, en faisant le cas échéant une analyse comparative. On suggère de traiter des exemples en automatique, discipline où ce type de problème intervient.

- CAC : G. Cabodevilla (gonzalo.cabodevilla@ens2m.fr) ■ Y. Sevely : Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés, Dunod, 1973 ; P. Saux Picart : Cours de calcul formel, Ellipses, 1999, tomes 1 et 2 ; J. Davenport, Y. Siret, E. Tournier : Calcul formel, Masson, 1987 ; ouvrages d'algèbre ou de calcul formel ; projet 2007S1 ; M. Parisse : Arithmétique des polynômes : Bézout et applications, <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/mat249/mat249/node21.html> ; B. Ycart : Arithmétique des polynômes, <http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/pf/node4.html> ; ■

### ■ MF25. Les fonctions de matrices [Matrifonctions]

On présentera la notion de fonction de matrice et surtout la façon de calculer ces fonctions (mettant en jeu le théorème de Cayley-Hamilton), pour laquelle on mettra en évidence le rôle du calcul formel. On développera un programme pour réaliser ces calculs. On pourra focaliser les applications sur l'exponentielle et les fonctions trigonométriques de matrice ainsi que leur application aux systèmes différentiels linéaires invariants.

- Projet déjà traité, à reprendre et compléter. Sujet assez peu documenté, sauf ce qui concerne l'exponentielle de matrice ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ F. Gantmacher, Théorie des matrices, Dunod/Gabay, 1990, tome 1, 96-131 ; N. Rouche, J. Mauhin : Equations différentielles ordinaires, Masson, 1973, tome 1 ■

### ■ MF35. Fonctions hypergéométriques [Hypergéofonctions]

On fera une présentation des fonctions hypergéométriques avec leurs principales propriétés. On donnera quelques indications sur la façon dont on peut calculer leurs valeurs, en illustrant cela par des programmes. On mettra en évidence leur rôle en calcul formel : sommation des séries, calculs d'intégrales, faisant d'ailleurs l'objet de recherches contemporaines.

■ Documents fournis. ■ J. Seaborn : Hypergeometric functions and their applications, Springer, 1991 ; G. Gasper, M. Rahman : Basic hypergeometric series, Cambridge, 1990 ; M. Petkovsek, H. S. Wilf, D. Zeilberger : A=B, A K Peters, 1996 ■

### ■ MF45. Matrices de rotation [Rotomatrices]

La mécanique utilise abondamment les matrices de rotation. On se propose de développer un programme de construction (calcul) des matrices de rotation par différents procédés : angles d'Euler, roulis-tangage-lacet, axe et angle, exponentielle de matrice hermitienne, quaternions... On se préoccupera également de programmer des opérateurs de passage entre ces différentes représentations.

■ Sujet déjà traité, à prolonger par exemple en précisant les domaines des paramètres ou en abordant la généralisation n-dimensionnelle ou encore la décomposition polaire des matrices. ■ M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; M. Bausset : Dynamiques, Hermann, 1982 ; F. Gantmacher, Théorie des matrices, Dunod/Gabay, 1990 ; N. Rouche, J. Mauhin : Equations différentielles ordinaires, Masson, 1973, tome 1 ; E. Dhombre, W. Khalil : Modélisation, identification et commande des robots, Hermès, 1999 ■

### ■ MF51. Analyse vectorielle symbolique [Vecto-analyse]

Le paquetage standard d'analyse vectorielle ne permet que les calculs portant sur des vecteurs explicités par leurs coordonnées dans l'un des systèmes usuels. On se propose de développer un programme d'analyse vectorielle symbolique qui traite directement les formules d'analyse vectorielle. On montrera que cela revient à traduire un formulaire sous forme de règles de transformation. Les règles étant orientées, on posera le problème de la dualité entre développement ou contraction des formules. On pourra également discuter le choix entre typage syntaxique et typage logique. On testera le programme sur des formules de mécanique, d'électromagnétisme ou de magnétohydrodynamique.

■ B. Grossetête, L. Pastor, A. Zeitoun-Fakiris : La représentation des phénomènes physiques, Masson, 1981 ; M. Spiegel : Analyse vectorielle, McGraw-Hill, 1979 ; ouvrages consacrés à l'analyse vectorielle (Hladik ...) ; ouvrages de physique générale ; Hong Qin : Symbolic Vector Analysis Using Mathematica, [en ligne] [www.wolfram.com](http://www.wolfram.com), 1997 ■

### ■ MF53. Analyse vectorielle et EDP [EDP]

On se propose de développer un programme qui applique (calcule) les changements de coordonnées curvilignes aux équations aux dérivées partielles (EDP). L'une des applications concerne la recherche de systèmes de coordonnées (2D ou 3D) où l'équation des ondes est à variables séparées. Une autre application concerne le traitement des problèmes de valeurs aux limites par la méthode de Galerkin.

■ B. Grossetête, L. Pastor, A. Zeitoun-Fakiris : La représentation des phénomènes physiques, Masson, 1981 ; M. Spiegel : Analyse vectorielle, McGraw-Hill, 1979 ; N. Koshlyakov, M. Smirnov, E. Gliner : Differential equations of mathematical physics, North-Holland, 1964 ; ouvrages consacrés à l'analyse vectorielle (Spiegel, Hladik ...) ou aux EDP (Colombo...) ■ Collaboration possible avec le sujet n° MF55 ■

### ■ MF55. Variétés différentiables et CAO [Difféovariétés]

On s'intéresse à une représentation symbolique générique des variétés différentiables en vue d'un traitement algorithmique, inspirée des fonctions graphiques de Mathematica : `Manifold[expr, domain]`. « Variété différentiable » est le terme générique désignant les courbes, surfaces, volumes... et de façon générale les hypersurfaces représentatives des fonctions de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^q$ . On peut les utiliser en particulier dans la représentation informatique des solides en mécanique ou en CAO ; on abordera le projet dans cet esprit. On souhaite en faire autant que possible des représentations graphiques (problème à discuter car différentes représentations possibles), mais aussi des combinaisons telles que : raccords, compositions (courbe sur une surface ...), espace tangent, calcul des frontières ...

■ Sujet à l'interface entre mathématiques et programmation symbolique, ouvert à des développements originaux. Pour aborder ce projet, un peu d'imagination et d'audace ne peuvent pas faire de mal. ■ J. Gray : *Mastering Mathematica*, Academic Press, 1994, 469-484 ; A. Gray : *Modern differential geometry of curves and surfaces*, CRC Press, 1993 ; M. Lipschutz : *Differential geometry*, McGraw-Hill, 1969 ; E. Lord, C. Wilson : *The mathematical description of shape and form*, Ellis Horwood, 1986 ■ Collaboration possible avec les sujets n° GG31 (géométrie et DAO), MF56 ■

### ■ MF56. Paramètres différentiels [Difféoparamètres]

On développera des algorithmes pour calculer les paramètres différentiels associés aux variétés différentiables, représentées par des structures typées `Manifold[expr, domain]`. « Variété différentiable » est le terme générique désignant les courbes, surfaces, volumes... et de façon générale les hypersurfaces représentatives des fonctions de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^q$ . On s'occupera prioritairement des paramètres classiques : courbure, torsion, longueur d'arc, aire de surface, volume... Le cas échéant, on généralisera aux paramètres tensoriels associés aux variétés de dimension quelconque.

■ J. Gray : *Mastering Mathematica*, Academic Press, 1994, 469-484 ; A. Gray : *Modern differential geometry of curves and surfaces*, CRC Press, 1993 ; M. Lipschutz : *Differential geometry*, McGraw-Hill, 1969 ; E. Lord, C. Wilson : *The mathematical description of shape and form*, Ellis Horwood, 1986 ■ Collaboration possible avec le sujet n° MF55 ■

### ■ MF57. Distributions sur des variétés pour la physique [Difféodistributions]

De nombreux problèmes de physique sont décrits par des données géométriques (forme et position d'objets, répartitions de charges...) assorties d'informations complémentaires de nature physique (fonction densité, champ...). On mettra en évidence que les variétés différentiables (représentations paramétriques), décrites par des structures de données de la forme `Manifold[expr, domain]`, sont susceptibles de caractériser commodément les aspects géométriques en vue des calculs de physique ; on montrera comment y associer une fonction densité sous forme d'une structure de données analogue : `Distribution[density, manifold]`. Pour évaluer l'intérêt de cette approche en modélisation, en particulier la possibilité d'y appliquer le calcul formel, on donnera des exemples en mécanique (paramètres d'inertie des solides, champs de force...) ou électromagnétisme (charges, champs ...).

■ Document fourni (représentation informatique des variétés différentiables). ■ G. Blanc, G. Gans, J. Maribe : *Le tenseur d'inertie*, mini-projet 2001.86, ensmm, 2001 ; J. Woodwark : *Calcul des formes par ordinateur*, Masson, 1988 ; projets 2002B, 2004B ■ Collaboration possible avec n° MF56, GG31 (géométrie et DAO) ■

### ■ MF62. Equations différentielles et équations intégrales [EDI]

On fera une présentation succincte des principaux types d'équations intégrales linéaires et de leurs méthodes de résolution. On s'intéressera alors plus particulièrement à la transformation d'une équation différentielle en équation intégrale. On pourra se limiter d'abord aux premier et second ordres pour généraliser ensuite. De même, on pourra esquisser la généralisation aux équations aux dérivées partielles et intégrales multiples, en établissant le lien avec les fonctions de Green.

- Sujet bien débroussaillé, à reprendre et compléter ■ M. Krasnov et alii : équations intégrales, Mir, 1977 (document prêté) ; F. Tricomi : Integral equations, Dover, 1985
- Collaborations possibles avec les sujets n° MF63, MF64, MG51 (flexion) ■

### ■ MF63. Equations intégrales et approximations successives [EI-AS]

On fera une présentation succincte des principaux types d'équations intégrales linéaires et de leurs méthodes de résolution. On s'intéressera alors plus particulièrement à leur résolution par la méthode des approximations successives ; on mettra en particulier en évidence que la méthode conduit foncièrement à des approximations symboliques des solutions. On concevra un programme qui calcule ces approximations à l'ordre voulu.

- M. Krasnov et alii : équations intégrales, Mir, 1977 (document prêté) ; F. Tricomi : Integral equations, Dover, 1985 ; D. Griffel : Applied functional analysis, Ellis Horwood, 1981, 111-138, R. Barrère, Mathematica, Vuibert, 2002
- Collaborations possibles avec les sujets n° MF62, MF64, AS11 ■

### ■ MF64. Equations intégrales ; cas des noyaux dégénérés [EI-ND]

On fera une présentation succincte des principaux types d'équations intégrales linéaires et de leurs méthodes de résolution. On s'intéressera alors plus particulièrement à leur résolution par la méthode des noyaux dégénérés ; on remarquera que la méthode conduit au calcul symbolique des solutions. On concevra un programme qui calcule ces solutions ou ces approximations.

- M. Krasnov et alii : équations intégrales, Mir, 1977 (document prêté) ; F. Tricomi : Integral equations, Dover, 1985 ; J. Keener : Principles of applied mathematics, Addison-Wesley, 1988, 100-134
- Collaborations possibles avec le sujet n° MF62, MF63 ■

### ■ MF65. Polynômes orthogonaux [Orthopolynômes]

On donnera la définition et les principales propriétés des polynômes de Hermite (respectivement de Tchebychev ou autres) : relation de récurrence, équation différentielle, propriété d'orthogonalité, fonction génératrice ... On mettra en évidence leur rôle dans la résolution de l'équation de la chaleur ou celle de Schrödinger (respectivement dans les problèmes de linéarisation ou la conception des filtres) ainsi que dans le calcul approché des intégrales. Le cas échéant on précisera leur origine historique et on tentera d'indiquer quelques généralités sur les polynômes orthogonaux. Pour calculer cette famille de polynômes, on établira et comparera différents programmes, que l'on appliquera à quelques problèmes simples.

- Sujet partiellement traité, une synthèse reste à faire. ■ Cet énoncé résume en fait deux sujets possibles. ■ J. Bass : Cours de mathématiques, Masson, 1968 ; P. Benoist-Gueutal, M. Courbage : Mathématiques pour la physique, Eyrolles, 1992-1993 ; E. Weislinger : Mathématiques pour physiciens, Ellipses, 1991 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ■

### ■ MF71. Distributions [Distributions]

On se propose d'étoffer les capacités de calcul de Mathematica dans le domaine des distributions. On analysera en particulier son comportement pour des expressions de la forme  $\alpha(x)\delta(x-x_0)$  ou encore  $\alpha(x)\delta^{(k)}(x)$  en vue de l'améliorer, en traitant en particulier les expressions  $x^n \delta^{(k)}(x)$ . On pourra également envisager les distributions parties finies. On discutera la dérivation au sens des distributions.

- Ce projet donnera l'opportunité d'approfondir le chapitre distributions-convolution.
- F. Roddier : Distributions, McGraw-Hill, 1978 ; M. Bouix : Les fonctions généralisées ou distributions, Masson, 1964 ; J. Arzac : Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod, 1961 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965 ; L. Schwartz : Théorie des distributions, Hermann, 1966 ; cours ensmm ■

### ■ MF73. Transformations [Transformations]

On se propose de développer un programme de calcul des transformées de Fourier (respectivement de Laplace, Mellin...) et des transformées inverses. On rappellera brièvement les propriétés de cette transformation en mettant en avant celles qui seront utilisées dans le programme. On insistera sur les choix de conception d'un tel programme que l'on pourra limiter au besoin aux combinaisons élémentaires de fonctions usuelles. Toutefois, on envisagera son extension à la distribution de Dirac et à ses dérivées. On insistera sur les aspects algorithmiques de ce problème ; en particulier, on pourra esquisser une preuve de programme.

- Le sujet ayant déjà été traité, on abordera soit les transformations 2-D ou n-D, soit d'autres types de transformations (Mellin, Hilbert...). ■ Ouvrages consacrés à ces transformations (Arsac, Spiegel, Roddier...); cours ensmm ■ De tels programmes existant déjà, ce sujet est plutôt à vocation didactique. ■

### ■ MF75. La convolution [Convolution]

On se propose d'étendre l'opérateur de convolution de Mathematica en vue de calculer des inverses de convolution voire de résoudre des équations de convolution. On se limitera pour commencer au cas d'une variable, mais on pourra le cas échéant envisager les généralisations à plusieurs variables. Compte tenu du caractère fondamental de cet outil, on ne manquera pas d'applications physiques pour tester ou illustrer le travail effectué.

- Ce projet donnera l'opportunité d'approfondir le chapitre distributions-convolution.
- F. Roddier : Distributions, McGraw-Hill, 1978 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; W. Kecs, P. Teodorescu : Application of distributions in mechanics, Abacus, 1974 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965 ; L. Schwartz : Théorie des distributions, Hermann, 1966 ; cours ensmm ■ Collaborations possibles avec les sujets n° MF76, AU51 (convolution en automatique) ■

### ■ MF76. La convolution n-D [Convolution n-D]

On mettra en évidence le rôle de la convolution n-D dans différents problèmes de physique : optique, équation de Laplace en espace libre (calcul des potentiels et des champs). On vérifiera en particulier que la distribution de Dirac conduit à une formulation unique pour les répartitions discrètes et continues des sources. On programmera la convolution n-D en focalisant éventuellement sur le cas 2D pour commencer, en vue d'appliquer ces idées à quelques problèmes classiques de physique : optique ou théorie des champs. On analysera les propriétés de la convolution vis à vis des déplacements de l'un des facteurs. Le cas échéant, on examinera le rôle des changements de variables (coordonnées curvilignes) dans les calculs de convolution, en particulier le cas des fonctions radiales.

- Sujet recoupant MO21, EM11, EM12 ; il est abordé ici sous un angle plus mathématique. ■ Pour la représentation des domaines, on utilisera une structure de tête Manifold (document fourni). ■ P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986, 100-123 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; F. Bayen, C. Margaria : Distributions, Ellipses, 1988 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; G. Baumann : Mathematica in theoretical physics, Springer, 1996, 185-195 ; W. Strauss : Partial differential equations, Wiley, 1992 ■ Collaboration possible avec n° MO21, EM11, EM12 (calculs de champs) ■

**■ MF77. Le produit matriciel de convolution [Matriconvolution]**

La résolution des systèmes différentiels linéaires à coefficients constants ainsi que certains problèmes de physique (électronique, automatique, traitement du signal ...) mettent en jeu une opération qui combine le produit de convolution et le produit matriciel. On se propose de développer des fonctions Mathematica pour le calcul de ce produit matriciel de convolution. On s'appuiera sur les problèmes où cette opération intervient pour en donner une définition précise ; puis on développera les programmes appropriés que l'on testera sur les exemples précédemment mentionnés.

■ L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965, 146-160 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; E. Kreyszig : Advanced engineering mathematics, Wiley, 1993, 166-196 ; F. Gantmacher, Théorie des matrices, Dunod/Gabay, 1990 ; N. Rouche, J. Mauhin : Equations différentielles ordinaires, Masson, 1973, tome 1 ; cours ensm ■ Collaborations possibles avec les sujets n° MF75, EM55 (quadripôles) ■

**■ MF78. Le produit vectoriel de convolution [Vectoconvolution]**

Certains problèmes de physique (mécanique, électromagnétisme ...) mettent en jeu une opération qui combine le produit de convolution et le produit vectoriel. On se propose de développer des fonctions Mathematica pour le calcul de ce produit vectoriel de convolution. On s'appuiera sur les problèmes où cette opération intervient pour en donner une définition précise puis énoncer quelques propriétés, le cas échéant en se rattachant au produit matriciel de convolution ; on développera ensuite les programmes appropriés que l'on testera sur les exemples précédemment mentionnés.

■ L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965 ; W. Kecs, P. Teodorescu : Application of distributions in mechanics, Abacus, 1974 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; F. Gantmacher, Théorie des matrices, Dunod/Gabay, 1990 ; N. Rouche, J. Mauhin : Equations différentielles ordinaires, Masson, 1973, tome 1 ; M. Jessel : Acoustique théorique, Masson, 1973, 60-62 ; cours ensm ■ Collaborations possibles avec les sujets n° MF75, MF77, MG07 ■

**■ MF79. Distributions et convolution pour les signaux périodiques [ConvoFourier]**

Les applications en physique (mécanique, électronique, automatique ...) mettent parfois en jeu des équations différentielles à second membre périodique (signaux périodiques). On se propose de les décrire à l'aide du peigne de Dirac, de la fonction porte et du produit de convolution. On commencera par mettre en évidence le rôle des distributions et de la convolution dans ces calculs, puis on développera des fonctions Mathematica pour les réaliser. On pourra confronter les résultats à la méthode « concurrente » des séries de Fourier.

■ Ce projet donnera l'opportunité d'approfondir le chapitre distributions-convolution.  
■ L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000 ; cours ensm ■ Collaborations possibles avec les sujets n° MF75 ■

### ■ MF81. L'espace des phases [Phasespace]

L'espace des phases est une approche géométrique des équations et systèmes différentiels, utilisée dans le cas des équations non-linéaires : on étudie leurs propriétés d'un point de vue géométrique global (ensemble des trajectoires possibles). On s'intéressera au portrait de phase, à la détermination des points d'équilibre et de leur nature, au calcul d'approximations linéaires locales, à l'existence de cycles limites ... On pourra commencer par examiner le cas 2D pour ensuite envisager des généralisations.

■ Sujet ouvert ; des variantes sont possibles. ■ Document fourni. ■ E. Kreyszig : Advanced engineering mathematics, Wiley, 1993, 166-196 ; R. Abraham, C. Shaw : Dynamics 1,2,3,4, Aerial Press, 1984-1988 ; F. Verhulst : Non-linear differential equations and dynamical systems, Springer, 1990 ; W. Cunningham, Analyse non-linéaire, Dunod, 1963, ch 5 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 149-162 ■ Collaboration possible avec n° MF82 ■

### ■ MF82. Stabilité et bifurcations [Bifurcations]

On présentera les notions d'équilibre (statique ou dynamique), de stabilité et de bifurcation d'un système, à la fois sous l'angle mathématique et sous l'angle physique, en donnant quelques exemples illustratifs simples. On montrera comment on peut, de la façon la plus générale possible, déterminer les positions d'équilibre et analyser leur stabilité, puis mener une analyse de bifurcation. Partant du traitement mathématique de ces problèmes, on développera des programmes pour automatiser les calculs nécessaires.

■ E. Kreyszig : Advanced engineering mathematics, Wiley, 1993, 166-196 ; F. Verhulst : Nonlinear differential equations and dynamical systems, Springer, 1990 ; R. Abraham, C. Shaw : Dynamics 1,2,3,4, Aerial Press, 1984-1988 ; W. Cunningham, Analyse non-linéaire, Dunod, 1963, ch 5 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 20-23 et 149-162 ■ Collaboration possible avec n° MF81 ■

### ■ MF83. Itération et chaos [Chaos]

Les équations non-linéaires peuvent conduire à des solutions très irrégulières qualifiées de chaotiques. L'objectif sera de présenter et illustrer la notion de chaos et de dynamique chaotique à travers l'exemple maintenant vulgarisé de l'itération quadratique. On présentera également la notion d'attracteur étrange et l'on pourra poursuivre l'étude par l'analyse des suites de Feigenbaum.

■ Des variantes sont possibles. ■ P. Cvitanovic : Universality in chaos, Adam Hilger, 1989 ; J. Sandefur : Discrete dynamical systems, Clarendon Press, 1990 ; H-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe : Chaos and fractals, Springer, 1992, en particulier ch 11-12 ; H. Dang-Vu, C. Delcarte : Bifurcations et chaos, Ellipses, 2000 ; R. Maeder : The Mathematica programmer II, Academic Press, 1996, 137-162 ; T. Gray, J. Glynn : Exploring mathematics with Mathematica, Addison-Wesley, 1991, 89-137 ; S. Wagon : Mathematica in action, Freeman, 1991, 117-134 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 203-212 ; Ouvrage collectif : Systèmes dynamiques, Editions Archimède, sans date ■

**■ MO11. Analyse de sensibilité [Sensibilité]**

Dans de nombreuses applications physiques, on s'intéresse à l'analyse de sensibilité, à savoir l'expression de la variation des solutions en fonction de petites variations des paramètres. On montrera sur des exemples tels que les fréquences propres de systèmes oscillants comment la méthode des fonctions implicites permet le calcul symbolique des sensibilités, y compris lorsque les solutions sont obtenues via des approximations numériques. On discutera la conception d'un programme général pour l'analyse de sensibilité, en relation avec la notion de dérivée fonctionnelle.

■ Bien que déjà abordé par un groupe d'élèves, ce sujet ouvre la porte à des développements complémentaires. ■ Assez peu documenté, ce sujet hors des sentiers battus ne doit pas poser de problème majeur. Des variantes sont possibles. ■ M. Hasler, J. Neiryck : Filtres électriques, Georgi, 1981, ch 7 ; R. Boite, J. Neiryck : Théorie des réseaux de Kirchhoff, Georgi, 1978, paragraphe 5.3 ; ouvrages d'analyse classique (fonctions implicites) et d'analyse fonctionnelle (dérivée fonctionnelle), par exemple R. Couty, J. Ezra : Analyse, Armand Colin, 1965 ; D. Griffel : Applied functional analysis, Ellis Horwood, 1981 ; R. Milne : Applied functional analysis, Pitman, 1980 ; projet 2003B ■

**■ MO21. Théorie des champs [Champs]**

On mettra en évidence le rôle de la convolution n-D dans la résolution de l'équation de Laplace en espace libre (calcul du potentiel et du champ) ; on vérifiera en particulier que la distribution de Dirac conduit à une formulation unique pour les répartitions discrètes et continues des sources du champ (charges ou masses). On utilisera la convolution en vue d'appliquer ces idées à quelques problèmes classiques de théorie des champs : électrostatique, magnétostatique ou théorie de la gravitation. On analysera les propriétés de la convolution vis à vis des déplacements de l'un des facteurs et l'on tentera de mettre en évidence le rôle des symétries dans la réduction du nombre de dimensions des modèles. Le cas échéant, on étendra l'étude aux approximations par des développements multipolaires ou bien aux problèmes en espace borné (problèmes aux limites) en introduisant la fonction de Green.

■ Sujet plus ou moins redondant avec MF76, EM11, EM12 ; il est abordé ici plutôt sous un angle mathématique et plutôt sous un angle physique dans les autres. ■ Pour la représentation des domaines, on utilisera une structure de tête (type) Manifold (document fourni). ■ P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986, 100-123 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; F. Bayen, C. Margaria : Distributions, Ellipses, 1988, 201- ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; G. Baumann : Mathematica in theoretical physics, Springer, 1996, 185-195 ; W. Strauss : Partial differential equations, Wiley, 1992 ; G. Roach : Green's functions, Cambridge, 1982 ■ Collaboration possible avec n° MF76 (convolution n-D), EM11, EM12 ■

### ■ MO31. Oscillations non linéaires ; défaut d'isochronisme [Anisochronisme]

On observe sur les systèmes oscillants non linéaires des courbes de résonance inclinées. On se propose de modéliser ce phénomène à l'aide de la méthode de perturbation, dans le cas de systèmes à un degré de liberté et dans l'hypothèse d'un régime permanent périodique. On présentera d'abord la méthode de perturbation (développement en série par rapport à un paramètre supposé petit) puis on indiquera comment la mettre en œuvre pour déterminer une approximation du régime permanent d'un système non-linéaire. On montrera qu'elle permet de mettre en évidence la courbe de résonance caractéristique du défaut d'isochronisme. Grâce au calcul formel, on développera un programme qui automatise ce calcul et le cas échéant permette de le pousser à un ordre plus élevé. On pourra aussi montrer comment le même modèle mathématique décrit certains phénomènes d'hystérésis.

■ W. Seto : Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, 151-157 ; W. Cunningham : Analyse non-linéaire, Dunod, 1963, ch 7 ; C. Hayashi : Nonlinear oscillations in physical systems, Princeton, 1964 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998, ch 18 ■ Relation possible avec le sujet n° AS41 (perturbations) ■

### ■ MO41. Ondes [Ondes]

On vise à étudier l'équation des ondes sur un segment (corde vibrante) de façon exhaustive en utilisant le produit de convolution pour exprimer la solution d'un problème non homogène à conditions aux limites et conditions initiales données. On développera un programme calculant la solution en fonction de ces données, en vue de l'appliquer à des vibrations longitudinales ou de torsion ou encore à des problèmes de lignes ou en acoustique. On pourra généraliser aux problèmes de propagation en espace libre avec une fonction de Green ou bien en introduisant des termes de dissipation.

■ L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1965 ; C. Valette : Mécanique de la corde vibrante, Hermès, 1993 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998 ; M. Pinsky : Partial differential equations and boundary value problems with applications, MacGraw-Hill, 1991 ; M. Jessel : Acoustique théorique, Masson, 1973 ; W. Appel : Mathématiques pour la physique et les physiciens, H&K, 2002 ; M. Mamode : Exercices de mathématiques pour la physique, Ellipses, 2001 ; G. Roach : Green's functions, Cambridge, 1982 ; W. Seto : Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, 151-157 ; R. Courant, D. Hilbert : Methods of mathematical physics, Wiley, 1989, tome 1, 286 ; ouvrages de mécanique vibratoire ■ Relation possible avec le sujet n° MG71 (torsion) ■

### ■ MO51. Fractales ; fonctions fractales [Fonctions fractales]

Ces trois dernières décennies, les travaux de Mandelbrot (parrain de promotion à l'ENSMM) sur les fractales ont été de plus en plus souvent utilisés en physique et en ingénierie. Après une présentation générale du concept de fractale, on traitera la description des fractales à l'aide de fonctions fractales en visant la réalisation de programmes de synthèse. On pourra à cette occasion analyser le rôle des fonctions homogènes.

■ De nombreuses variantes restent à explorer autour du concept de fonction fractale : paramètre de phase (translation), généralisations 2-D ou n-D, lien aux IFS ou aux ondelettes. ■ B. Mandelbrot : Les objets fractals, Flammarion, 1995 ; M. Attéia, J. Gaches : Approximation hilbertienne, EDP Sciences & PUG, 1999, ch 6 ; G. Cherbit : Fractals, Masson, 1987 ; T. Gray, J. Glynn : Exploring mathematics with Mathematica, Addison-Wesley, 1991, 397-414 ; R. Maeder : The Mathematica programmer, Academic Press, 1994 ; S. Wagon : Mathematica in action, Freeman, 1991, 179-216 ; Ouvrage collectif : Systèmes dynamiques, Editions Archimède, sans date ; projet 2007S2 ■ Collaboration possible avec les sujets n° MO52, MO53 ■

### ■ MO52. Fractales ; systèmes de fonctions itérées [Fractales-IFS]

Ces trois dernières décennies, les travaux de Mandelbrot (parrain de promotion à l'ENSMM) sur les fractales ont été de plus en plus souvent utilisés en physique et en ingénierie. Après une présentation générale du concept de fractale, on traitera la génération des fractales à l'aide de systèmes de fonctions itérées, en essayant de le mettre en relation avec le concept de fonction fractale.

■ Document fourni. ■ B. Mandelbrot : Les objets fractals, Flammarion, 1995 ; M. Barsnley, Fractals everywhere, Academic Press, 1988 ; H-O. Peitgen, D. Saupe : The science of fractal images, Springer, 1988, 223-233 ; H-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe : Chaos and fractals, Springer, 1992, en particulier ch 5-6 ; K-H. Becker, M. Dörfler : Dynamical systems and fractals, Cambridge, 1985 ; R. Devaney : Chaos, fractals and dynamics, Addison-Wesley, 1990 ; S. Wagon : Mathematica in action, Freeman, 1991, 149-163 ; Ouvrage collectif : Systèmes dynamiques, Editions Archimède, sans date ; G. Deleuze, D. Hubert, M. Toufani : Système de fonctions itérées, ensmm, projet 2002-57 ■ Collaboration possible avec les sujet n° MO51, MO53 ■

### ■ MO53. L-systèmes (fractales et systèmes de récriture) [L-systèmes]

Les systèmes de récriture permettent de coder des représentations mimant la croissance des plantes, mais aussi des figures fractales. On étudiera les systèmes de Lindenmayer, en particulier leur génération par des règles de récriture ; on analysera également l'application de ce concept à la génération de figures fractales. On pourra également étudier la transformation de programmes itératifs (la tortue) en programmes récursifs.

■ Documents fournis. ■ B. Mandelbrot : Les objets fractals, Flammarion, 1995 ; C. Jacob : Illustrating evolutionary computation with Mathematica, Morgan Kaufman, 2001 ; H-O. Peitgen, D. Saupe : The science of fractal images, Springer, 1988, 273-286 ; H-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe : Chaos and fractals, Springer, 1992, en particulier ch 7 ; S. Wagon : Mathematica in action, Freeman, 1991, 179-216 ; T. Gray, J. Glynn : Exploring mathematics with Mathematica, Addison-Wesley, 1991 ; Ouvrage collectif : Systèmes dynamiques, Editions Archimède, sans date ■ Collaboration possible avec les sujet n° MO51, MO52 ■

### ■ MO55. Les ondelettes [Ondelettes]

En métrologie, les résultats de mesure contiennent un ensemble d'informations superposées (musique sur un bruit de fond, mesure de tension parasitée, mesure de forme d'une surface rugueuse...). Classiquement, on peut procéder à un filtrage pour séparer les composantes de ce signal. On propose de comprendre les principes de la théorie des ondelettes, d'en identifier les principales propriétés et de les mettre en œuvre en vue du traitement de données métrologiques (état de surface...). On vise entre autres à séparer les paramètres de forme des paramètres de micro-géométrie. Toutefois pour simplifier, on travaillera dans un premier temps en dimension 1.

■ Ouvrages sur les ondelettes, par exemple : B. Burke Hubbard : Ondes et ondelettes, Belin, 1995 ; C. Gasquet, P. Witomski : Analyse de Fourier et applications, Masson, 1990, leçon 4, 323 ; M. Atteia, J. Gaches : Approximation hilbertienne, EDP Sciences & PUG, 1999, ch 5 ; Y. Meyer : Les ondelettes, Armand Colin, 1992 ; P. Abry : Ondelettes et turbulences, Diderot, 1997 ; B. Torrèsani ; Analyse continue par ondelettes, InterEditions / CNRS, 1995 ; P. Flandrin : Temps-fréquence, Hermès, 1993 ; article TMJ ; projet 2005S1 ■

**■ MO75. Microscope à force atomique [AFM]**

On s'intéresse à la simulation de l'interaction entre la pointe d'un microscope à force atomique (AFM) et une surface nanostructurée, en mode non-contact : il s'agira d'intégrer l'énergie d'interaction de Van der Waals ( $E(r)=A/r^6 +B/r^{12}$ ) entre des petits éléments de matière, pour obtenir l'énergie d'interaction entre un point et une surface plane, puis (par approximation symbolique ou numérique) entre une pointe conique ou pyramidale et une surface plane, puis entre un point ou une pointe et une surface avec des (nano)structures.

■ Documentation fournie (Touhari et ali). ■

**■ MO76. Microscope à effet tunnel électronique [STM]**

On s'intéresse à la simulation élémentaire du principe de fonctionnement d'un microscope à effet tunnel électronique : le système sera simplifié pour considérer le passage d'électrons à travers une barrière de potentiel à une seule dimension (le vide entre la pointe du microscope et la surface). On simulera d'abord ce qu'il se passe pour une barrière carrée de manière à pouvoir comparer avec les formules analytiques connues, puis on considérera le cas d'une barrière triangulaire voire d'autres formes de potentiel.

■ S'adresse de préférence à des étudiants connaissant l'équation de Schrödinger. • C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloé : Mécanique quantique, Hermann, 1973, tome 1, chapitre 1 ; A. Messiah : Mécanique quantique, Dunod, 1969. ■

**■ AS05. Les développements asymptotiques [Analysasymptotique]**

Les développements asymptotiques sont des combinaisons linéaires (de fonctions) qui représentent localement les fonctions, même en l'absence de convergence. On fera une présentation des développements asymptotiques : définition et principales propriétés ; on indiquera quelques procédés de calcul de développements asymptotiques que l'on illustrera par des programmes. On donnera des indications sur la façon dont on peut calculer les fonctions spéciales à l'aide de tels développements.

■ M. Boas : Mathematical methods in the physical sciences, Wiley, 1983, 467-474 ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978, chapitre 6 ; A. Erdélyi : Asymptotic expansions, Dover, 1956 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ; N. Bleistein, R. Handelsman : Asymptotic expansions of integrals, Dover, 1975 ■

### ■ AS06. Les approximants de Padé [Padé]

Approcher une fonction par un approximant de Padé consiste à trouver une fraction rationnelle dont le développement en série entière s'identifie, jusqu'à un certain ordre, à celui de la fonction. Souvent utilisée d'un point de vue numérique, cette méthode se prête également aux calculs symboliques. Après avoir fait une présentation des approximants de Padé, on établira un programme pour leur calcul puis on le testera sur quelques exemples en observant la nature et la qualité de l'approximation. Le cas échéant, on évoquera leur application à l'approximation des fonctions ou à la resommation des séries.

■ On pourra différencier le calcul des approximants par résolution d'un système linéaire ou par récurrence. ■ J. Gilewicz : Approximants de Padé, Springer, 1978 (document prêté) ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978, chapitre 8 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ■

### ■ AS07. Accélération de la convergence des suites ou des séries [Accélération]

On présentera le problème de l'accélération de la convergence des suites ou des séries et dans ce cadre la transformation d'Aitken-Schanks. On mettra en évidence son rôle particulier dans le cas des suites géométriques ou des combinaisons linéaires de telles suites puis dans le cas des suites obtenues par la méthode des approximations successives. Le cas échéant on pourra également expliciter la généralisation aux espaces fonctionnels, ainsi que la relation entre ce procédé et les approximants de Padé. On développera corrélativement un programme qui servira à illustrer ces notions et à tester le procédé.

■ Document fourni (Delahaye : L'accélération de la convergence, PLS) ■ C. Brezinski : Algorithmes d'accélération de la convergence, Technip, 1978 (voir aussi le DEA) ; J. Gilewicz : Approximants de Padé, Springer, 1978 (document prêté) ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ; C. Gerald, P. Wheatley : Applied numerical analysis, Addison-Wesley, 1994 ■ Relation possible avec les sujets n° AS11, AS06 ■

### ■ AS11. Approche symbolique de la méthode des approximations successives [SymboPointFixe]

Technique numérique d'usage courant, la méthode des approximations successives (point fixe, fonctions itérées) se prête bien aux calculs symboliques. On rappellera le principe de la méthode, examinera en quoi elle se généralise aux calculs symboliques et l'on traitera quelques exemples : recherche des zéros de fonctions par exemple. On précisera la nature de la convergence de ce procédé ; on traitera quelques exemples sur lesquels on fera une analyse expérimentale de la convergence. Le cas échéant, on étudiera l'accélération de la convergence par le procédé d'Aitken-Shanks.

■ Document fourni : extrait de polycopié. ■ D. Griffel : Applied functional analysis, Ellis Horwood, 1987, 111-138 ; J-H. Saïac : L'informatique appliquée au calcul scientifique, Dunod, 1989 ; A. Fortin : Analyse numérique pour ingénieurs, EEP Montréal, 1995 ; ouvrages d'analyse fonctionnelle ; C. Gerald, P. Wheatley : Applied numerical analysis, Addison-Wesley, 1994 ■ Relation possible avec les sujets n° AS21, AS07 ■

### ■ AS21. Approche symbolique de la méthode de Newton [SymboNewton]

Technique numérique d'usage courant, la méthode de Newton se prête bien aux calculs symboliques. On rappellera le principe de la méthode, examinera en quoi elle se généralise aux calculs symboliques et on traitera quelques exemples : zéros de fonctions, recherche d'extrémums. On discutera l'intérêt pratique de la méthode de Newton (vitesse de convergence en particulier).

■ A. Kolmogorov, S. Fomine : Eléments de la théorie des fonctions, Mir, 1977, 495-499 ; T. Saaty : Modern nonlinear equations, Dover, 1981 ; ouvrages d'analyse numérique ■ Document fourni : extrait de polycopié. ■ Relation possible avec le sujet n° AS11 ■

### ■ AS31. Résolution d'équation différentielle par série [REDS]

Quand on ne sait pas exhiber de solution exacte aux équations différentielles, une approche possible consiste à en chercher une approximation par développement en série. Après avoir exposé et discuté le principe de la méthode, on programmera un opérateur qui automatise ce calcul. On le testera sur des équations que l'on sait résoudre, puis on l'appliquera à des équations dont on ne connaît pas de solution exacte mais dont on peut approcher la solution par une méthode numérique.

■ F. Ayres : Equations différentielles, McGraw Hill, 1972 ; M. Boas : Mathematical methods in the physical sciences, Wiley, 1983, 483-537 ; E. Kreyszig : Advanced engineering mathematics, Wiley, 1993, 197-260 ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978, 61-76 ; T. Bahder : Mathematica for scientists and engineers, Addison-Wesley, 1995, 562-573 ; J. Gray : Mastering Mathematica, Academic Press, 1994, 101-103 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998, ch 5 ■

### ■ AS41. La méthode de perturbation [Perturbations]

Quand on ne connaît pas de solution exacte à une équation (algébrique, différentielle...) ou que cette solution est trop compliquée, il arrive que l'on puisse produire une solution approchée symbolique par la méthode de perturbation ; celle-ci consiste à chercher l'approximation sous forme d'un développement limité par rapport à un paramètre supposé petit. On expliquera la méthode en l'illustrant par des exemples simples ; on la testera en particulier en comparant les approximations avec des solutions exactes ou des approximations numériques. On se limitera aux perturbations régulières.

■ Sujet ouvert : nombre de variantes sont possibles. ■ M. Pinsky : Partial differential equations and boundary value problems with applications, MacGraw-Hill, 1991, chapitre 9, 378 ; J. Keener : Principles of applied mathematics, Addison-Wesley, 1988, 459-499 ; R. Bellman : Introduction to perturbation methods, Reinhard, 1964 ; C. Francois : Les méthodes de perturbation en mécanique, ENSTA, 1981 ; A. Nayfeh : Introduction to perturbation techniques, Wiley ; R. Rand, D. Armbruster : Perturbation methods, Springer, 1987, 1-26 ; T. Bahder : Mathematica for scientists and engineers, Addison-Wesley, 1995, 594-602 ; W. Cunningham : Analyse non-linéaire, Dunod, 1963, 125-136 et 193-203 ; C. Hayashi : Nonlinear oscillations in physical systems, Princeton, 1964, 1.2 ■ MathSource 204-129 ; projet 2002B ■

### ■ AS51. La méthode de Ritz-Galerkin [Galerkin]

Technique d'approximation pour les problèmes aux limites (équations aux dérivées partielles), la méthode de Galerkin se prête bien aux calculs symboliques ; à ce titre, elle peut constituer une alternative intéressante à la méthode des éléments finis. On présentera son principe, à partir duquel on développera un programme que l'on appliquera à quelques problèmes unidimensionnels (équations de Laplace ou de Helmholtz).

■ Sujet ouvert à un certain nombre de variantes ; en particulier, on peut focaliser le travail soit sur les aspects mathématiques, soit sur des applications en physique (poutres en flexion, diffusion...). ■ J. Reddy : Applied functional analysis and variational methods in engineering, McGraw-Hill, 1986 ; P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986, 188-210 ; D. Griffel : Applied functional analysis, Wiley, 1981, 274-301 ; T. Mura, T. Koya : Variational methods in mechanics, Oxford, 1992 ; M. Pinsky : Partial differential equations and boundary value problems with applications, MacGraw-Hill, 1991, chapitre 9, 378 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; R. Barrère : Calcul des variations, polycopié ensmm, Projets 2004B ■ Document fourni : extrait de polycopié. ■ Collaboration possible avec n° AN51 (éléments finis) ■

**■ AS53. La méthode « NURBS-Galerkin » [NURBS-Galerkin]**

On se propose de tester la méthode de Galerkin dans le cas particulier de l'utilisation des splines ou des NURBS comme fonctions de base. Après avoir présenté d'une part le principe de la méthode de Galerkin et d'autre part les notions de spline ou de NURBS, on développera un programme réalisant l'objectif présenté ci-dessus, en commençant par le cas mono-dimensionnel puis en généralisant éventuellement au cas bi-dimensionnel.

- Variante du sujet AS51 ; on peut focaliser le travail soit sur les aspects mathématiques, soit sur des applications en physique (poutres en flexion, diffusion ...).
- J. Demengel, J-P. Pouget : Mathématiques de courbes et des surfaces ; modèles de Bézier, des B-splines et des NURBS, Ellipses, 1998 ; bibliographie du sujet AS51 ; R. Barrère : Calcul des variations, polycopié ensmm, Projets 2004B • Collaboration possible avec n° AS51, GG32 ■

**■ AN01. L'arithmétique des ordinateurs [Ordinarithmétique]**

Les calculs numériques approchés sur ordinateur posent une multitude de problèmes dont on esquissera un inventaire ; à titre d'exemple on peut citer : les problèmes d'arrondi, de propagation des erreurs, mal posés, de mauvais conditionnement (instabilités numériques)... Pour chaque problème examiné, on fera une présentation théorique puis on développera un petit programme Mathematica pour l'illustrer ; on indiquera également la ou les démarches adoptées pour contourner le problème.

- Ouvrages d'analyse numérique ; R. Skeel, J. Keiper : Elementary numerical computing with Mathematica, McGraw-Hill, 1993 ; J-H. Saïac : L'informatique appliquée au calcul scientifique, Dunod, 1989 ; A. Fortin : Analyse numérique pour ingénieurs, EEP Montréal, 1995 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ; J-P. & F. Bertrandias : Mathématiques pour les sciences de la nature et de la vie, Presses Universitaires de Grenoble, 1990, 49-61 ■

**■ AN02. Calcul des fonctions élémentaires [Fonctions]**

Les systèmes de calcul numérique ou formel doivent être capables d'évaluer numériquement les fonctions usuelles sur l'axe réel, voire dans le plan complexe. On se propose de faire un inventaire des procédés utilisés à cette fin. Pour chacun d'eux, on présentera le principe et un programme que l'on illustrera par des exemples.

- Ouvrages d'analyse numérique ; R. Skeel, J. Keiper : Elementary numerical computing with Mathematica, McGraw-Hill, 1993 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ; J-M. Muller : Elementary functions, Birkhauser, 2006 ; C. Gerald, P. Wheatley : Applied numerical analysis, Addison-Wesley, 1994 ; W. Press et alii : Numerical recipes, Cambridge, 1989 ■

**■ AN21. La méthode de Newton [Newton]**

On présentera la méthode de Newton dans le cas des fonctions d'une variable, en précisant en particulier les questions de convergence et d'ordre de convergence ; on indiquera comment la méthode est utilisée pour calculer les inverse où les racines carrées. On développera un programme Mathematica pour calculer les zéros de fonctions (ou résoudre les équations fonctionnelles) par la méthode de Newton, en mettant en évidence le rôle du calcul symbolique comme intermédiaire de calcul. On testera le programme sur quelques exemples avec lesquels on fera une étude expérimentale de la convergence.

■ Ouvrages d'analyse numérique ; R. Skeel, J. Keiper : Elementary numerical computing with Mathematica, McGraw-Hill, 1993 ; J. Gray : Mastering Mathematica, Academic Press, 1994 ; J-H. Saïac : L'informatique appliquée au calcul scientifique, Dunod, 1989 ; A. Fortin : Analyse numérique pour ingénieurs, EEP Montréal, 1995 ; C. Gerald, P. Wheatley : Applied numerical analysis, Addison-Wesley, 1994 ■

**■ AN51. Initiation à la méthode des éléments finis [Eléments finis]**

Lorsqu'on ne sait pas résoudre les équations de façon exacte, on recourt le plus souvent à des méthodes d'approximation. On se propose de développer un petit programme de calcul par éléments finis (EF) à vocation pédagogique. Pour simplifier, on se limitera aux problèmes à une dimension (équations différentielles à conditions aux limites). On présentera les formulation variationnelles des équations différentielles ou aux dérivées partielles, puis le principe de la méthode de Ritz-Galerkin pour le calcul de solutions approchées ; on introduira la méthode des éléments finis comme cas particulier de la méthode de Galerkin dans le cas de fonctions d'approximation affines ou polynomiales par morceaux. On en tirera un programme de calcul par éléments finis pour les problèmes unidimensionnels, que l'on appliquera à titre de test à quelques équations dont on connaît la solution exacte.

■ PAC : A. El-Ouhabi (abdellah.el-ouhabi@ratp.fr) ■ Bien que déjà abordé, ce sujet offre encore de nombreux développements possibles. ■ Document fourni ■ C. Wielgosz, Résistance des matériaux, Ellipses, 1999, p. 140 ; P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986 ; J. Reddy : Applied functional analysis and variational methods in engineering, McGraw-Hill, 1986 ; W. Strauss : Partial differential equations, Wiley, 1992 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; J.-P. Gourret : Modélisation d'images fixes et animées, Masson, 1994, ch 6 ; R. Barrère : Calcul des variations, photocopié ensmm ; ouvrages consacrés aux éléments finis, projets 2004B, 2005S1 ■ Collaboration possible avec n° AS51 ■

**■ AN71. La transformée de Fourier rapide [TFR]**

On se propose de programmer un algorithme de transformation de Fourier rapide. On exposera le principe de la méthode dont on déduira un algorithme récursif ; on tâchera d'en donner une version fonctionnelle qui mette en évidence les aspects mathématiques et une version procédurale compilable. Le cas échéant on complètera le projet par une présentation de la méthode matricielle.

■ V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 116-119 ; W. Press et alii : Numerical recipes, Cambridge, 1989 ; E. Oran Brigham : The fast Fourier transform, Prentice-Hall, 1974 ; P. Hans, R. Herfurth, F. Jolly, La transformée de Fourier rapide, ensmm, 2001, projet 2001.121 ■

**■ AN91. Générateur aléatoire [Géné aléatoire]**

On se propose à partir du générateur aléatoire à répartition uniforme de Mathematica, de concevoir un générateur aléatoire à densité de probabilité donnée. On étudiera la façon de générer des nombres aléatoires selon une loi donnée d'où l'on tirera le programme de générateur aléatoire. On le testera en faisant une statistique sur des suites de nombres engendrées. Eventuellement, on pourra également expliquer la conception des générateurs pseudo-aléatoires à répartition uniforme.

■ Sujet s'adressant de préférence aux étudiants connaissant un peu les probabilités.  
■ M. Eminyan, K. Rubin : Introduction la simulation des systèmes physique, InterEdition, 1994, 105-110 ; W. Press et alii : Numerical recipes, Cambridge, 1989 ; ouvrages de probabilités et statistiques ; projet 2003A ■

**■ AN92. Méthode de Monte-Carlo [Monte-Carlo]**

On présentera la méthode de Monte-Carlo pour le calcul numérique approché des intégrales. On concevra un programme qui réalise ce calcul pour une fonction quelconque donnée en paramètre et que l'on testera sur des exemples. On fera une analyse expérimentale de la convergence du procédé. On pourra indiquer d'autres applications de la méthode de Monte-Carlo telles que l'aiguille de Buffon (évaluation de  $\pi$ ).

■ Sujet s'adressant de préférence aux étudiants connaissant un peu les probabilités.  
■ ouvrages de probabilités et statistiques ; M. Eminyan, K. Rubin : Introduction la simulation des systèmes physique, InterEdition, 1994, 110-115 ; C. Guilpin : Manuel de calcul numérique appliqué, EDP Sciences, 1999 ; W. Press et alii : Numerical recipes, Cambridge, 1989 ; A. Hurel, Y. Loison, L. Tribouilloy : Les méthodes de Monte-Carlo, ensmm, projet 2002-61, 2004B ■

### ■ GG05. Graphiques et transformations géométriques [Géotransformations]

On se propose de développer une extension du système graphique de Mathematica qui permette d'appliquer une transformation géométrique quelconque, en particulier non-linéaire, à n'importe quelle figure. On analysera la représentation interne des objets graphiques en Mathematica fondée sur une correspondance entre objets graphiques et figures de la géométrie, pour en déduire l'architecture du programme souhaités. On tâchera de faire en sorte d'autoriser des calculs sur les transformations. Le cas échéant on analysera les implications d'une généralisation à des figures quelconques.

■ Ouvrages de géométrie analytique ; R. Dony : Graphisme dans le plan est dans l'espace, Masson, 1991 ; T. Wickham-Jones : Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ■

### ■ GG11. Géométrie assistée par ordinateur [GAO axiomatique]

On se propose de développer un programme de GAO (géométrie assistée par ordinateur) fondé sur des manipulations symboliques. A cette fin, on fera un inventaire des figures et opérations invoquées dans les constructions et raisonnements en géométrie élémentaire ; on concevra des structures de données à base d'expressions fonctionnelles pour représenter les figures et l'on développera corrélativement des algorithmes pour construire les figures et aider au raisonnement géométrique sur la base de l'axiomatique de la géométrie euclidienne. On pourra s'inspirer des primitives graphiques du logiciel ; on sera amené à discuter le problème des systèmes à représentations multiples. Le cas échéant, on concevra quelques commandes graphiques pour visualiser des figures. On pourra aussi aborder la géométrie en tant qu'interface pour des programmes de CAO.

■ Le sujet est classique mais usuellement traité par les méthodes algébriques ; on explorera ici l'approche axiomatique. On pourra à cette occasion méditer et présenter l'évolution historique de la géométrie. ■ Documents fournis : primitives pour la géométrie, extrait de polycopié (types abstraits). ■ R. Cabessa : Mathematica dans les lycées, LEP, 1996 ; D. Hilbert : Les fondements de la géométrie, Dunod, 1971 ; documentations de Geometrica et Cabri-géomètre ; projet 2003B ■ Collaboration possible avec n° GG21, GG31 ■

### ■ GG12. Géomax [Géomax]

Géomax est un paquetage de géométrie développé selon les lignes directrices du sujet GG11. Y sont actuellement implantés : points, segments, vecteurs, droites, angles, cercles et arcs, triangles, équation cartésienne, distance, barycentre, bissectrice, médiane... On se propose d'en développer une extension dans l'un des domaines encore non traités : transformations, quadrilatères, polygones, coniques... On peut également améliorer la commande graphique. On prendra soin d'intégrer cette extension au système en préservant la cohérence d'ensemble et la compatibilité avec l'existant.

■ PAC : L. Darie (ldarie@wanadoo.fr) ■ Documents fournis : fichiers de Géomax. ■ R. Cabessa : Mathematica dans les lycées, LEP, 1996 ; D. Hilbert : Les fondements de la géométrie, Dunod, 1971 ; documentations de Geometrica, Cabri-géomètre ou Géogebra ; projet 2003B, 2007S2 ■ Collaboration possible avec n° GG11, GG21 ■

**■ GG21. Calcul formel et géométrie [GAO algébrique]**

Depuis Fermat et Descartes, on sait que la plupart des démonstrations en géométrie euclidienne ont une traduction algébrique ou analytique par le biais des équations cartésiennes ou paramétriques. On se propose de développer un programme de GAO (géométrie assistée par ordinateur) fondé sur l'interprétation algébrique ou analytique des objets ou des transformations géométriques. On mettra en évidence la formulation algébrique de nombre de problèmes de géométrie élémentaire ; sur cette base, on développera une famille de commandes pour l'aide à la démonstration en géométrie. Le cas échéant, on expliquera le rôle des bases de Gröbner dans la résolution de ces problèmes et l'on s'appuiera sur la fonction `GroebnerBasis` de Mathematica. On pourra concevoir quelques commandes graphiques pour la visualisation des figures.

■ On visera initialement les dimensions 2 et 3, tout en examinant les possibilités d'extension en dimension quelconque (par projection). ■ Document fourni : primitives pour la géométrie. ■ P. Balbiani et ali : *Éléments de géométrie mécanique*, Hermès, 1994 ; J. Davenport, Y. Siret, E. Tournier : *Calcul formel*, Masson, 1987 ; C. Gomez, B. Salvy, P. Zimmermann : *Calcul formel, mode d'emploi*, Masson, 1995 ; R. Cabessa : *Mathematica dans les lycées* ; LEP, 1996 ; X. Jeanneau, D. Lignon, J-L. Poss : *Exercices de mathématiques*, Ellipses, 1999 ; D. Cox, J. Little, D. O'Shea : *Ideals, varieties and algorithms*, Springer, 1997 ■ Collaboration possible avec n° GG11, GG31 ■

**■ GG31. Géométrie et DAO [DAO]**

Les systèmes de DAO (dessin assisté par ordinateur) ont vocation à concevoir et visualiser des objets matériels : pièces mécaniques, mécanismes, meubles, bâtiments, plans urbains... Leurs primitives sont essentiellement des objets et transformations caractéristiques de la géométrie euclidienne et leurs algorithmes internes sont à dominante numérique, ce qui exclut les manipulations symboliques. Partant d'un bref inventaire des primitives d'un système de DAO (Euclid, AutoCAD, Catia ou SolidWorks...), on vise à développer en Mathematica un programme miniature (très simplifié) de DAO autorisant des manipulations symboliques, c'est-à-dire permettant de paramétrer les systèmes en cours de conception en vue de leur modélisation ou de leur simulation. On limitera l'ambition du sujet en focalisant l'étude sur un sous-ensemble réduit de primitives (par exemple : périmètres, aires, volumes, paramètres d'inertie...).

■ Sujet possible pour plusieurs groupes en partenariat ; en effet, des variantes sont possibles selon le sous-ensemble de primitives adopté. ■ On pourra chercher de l'inspiration dans l'évolution historique de la géométrie (problème de l'adéquation de la formulation au besoin). Il y aura lieu de discuter le problème des systèmes à représentations multiples. ■ Document fourni (primitives pour la géométrie). ■ R. Cabessa : *Mathematica dans les lycées*, LEP, 1996 ; J. Woodward : *Calcul des formes par ordinateur*, Masson, 1988 ; J.P. Couwenberg : *L'intégrale de AutoCAD 2000*, Marabout, 2000 ; J-P. Taillard : *Etudes en CFAO*, Hermès, 1990 ; projets 2002B, 2003B, 2004B ■ Collaboration possible avec n° GG11, GG21 ■

**■ GG32. Splines, Bezier et NURBS [NURBS]**

Les courbes (respectivement surfaces ou volumes) splines, de Bezier ou NURBS sont définies par des paramétrages polynomiaux ou rationnels destinés à représenter de façon exacte ou approchée les objets géométriques en DAO ou CAO. On se propose d'en faire une présentation didactique traitée avec Mathematica en l'illustrant par des exemples trouvés dans la littérature.

■ Document fourni ■ sites Internet ; J. Demengel, J-P. Pouget : Mathématiques de courbes et des surfaces ; modèles de Bezier, des B-splines et des NURBS, Ellipses, 1998 ; L. Garnier : Mathématiques pour la modélisation géométrique, Ellipses, 2007 ; M. Todd Peterson : 3D Studio Max, Campus Press, 2000 ; J. Woodwark : Calcul des formes par ordinateur, Masson, 1988 ; J.P. Couwenberg : L'intégrale de AutoCAD 2000, Marabout, 2000 ; J-P. Taillard : Etudes en CFAO, Hermès, 1990 ■ Collaboration possible avec n° GG31 ■

**■ GG35. Rétroconception graphique [Rétro-graphiques]**

Les méthodes de rétro-conception (reverse engineering) consistent, lorsque l'on ne dispose pas du modèle géométrique d'une pièce, à le reconstituer en utilisant des points de mesures obtenus par divers procédés de balayage. On propose de développer un programme avec Mathematica permettant d'identifier et de paramétrer une surface à partir de données de mesure ou d'un maillage (ensemble de points et de triangles) de type STL (format STéréoLitography). Le profil sera obtenu par régression à l'aide de splines ou de NURBS (Non Uniform Rational B-Splines). Afin de tester le programme, des données pourront être simulées à partir d'expressions analytiques. On pourra en particulier traiter le cas d'une surface de révolution en déterminant l'axe de révolution ainsi que la génératrice de la surface (profil 2D).

■ Collaboration possible avec n° GG32 ■ Ouvrages : J. Demengel, J-P. Pouget : Mathématiques de courbes et des surfaces ; modèles de Bezier, des B-splines et des NURBS, Ellipses, 1998 ; J. Woodwark : Calcul des formes par ordinateur, Masson, 1988 ■

### ■ GG41. Représentations filaires [Filoreprésentations]

On s'intéresse à la représentation « filaire » de surfaces différentiables par tracé de leur bord ; en effet, ce procédé est souvent utilisé en dessin technique et dans les schémas. On montrera que l'on peut détecter les bords en cherchant les points qui annulent le jacobien de la transformation de projection ou de perspective sous-jacente ; on en tirera un programme qui trace de telles représentations, que l'on testera sur quelques surfaces usuelles : cylindres, cônes, sphères ... ou moins usuelles. Le cas échéant, on pourra appliquer la programmation par cas aux contours pré-calculés d'objets prédéfinis d'usage courant : parallélépipède, cylindre, sphère...

■ R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace, Masson, 1991 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; projet 2005S1 ■

### ■ GG71. Les scènes [Scènes]

L'informatique graphique, en particulier les commandes graphiques de Mathematica, sont fondées sur un nombre assez réduit de primitives que l'on combine pour former les graphiques. On se propose de réaliser un « générateur » de scènes graphiques s'appuyant sur des primitives plus sophistiquées, en plus grand nombre et paramétrables, ainsi que sur des opérateurs de placement (voire de déformation) de ces objets dans l'espace ; ou pourra paramétrer le niveau de réalisme. On développera un programme permettant de générer des scènes graphiques 2-D ou 3-D, en visant éventuellement des applications spécifiques : schémas électriques, diagrammes didactiques, montages mécaniques ou optiques, architecture ou urbanisme...

■ T. Wickham-Jones : Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace, Masson, 1991 ■

### ■ GG72. Les scènes mécaniques (mécanismes) [Mécascènes]

On se propose de réaliser un « générateur de scènes mécaniques », à savoir un programme, fondé sur les primitives graphiques de Mathematica, permettant de produire une représentation graphique simplifiée d'un mécanisme (du genre schéma cinématique) à partir d'une structure de données représentant le mécanisme et de primitives spécifiques. Le cas échéant, on pourra utiliser les commandes d'animation de Mathematica pour visualiser des mouvements de mécanismes.

■ On tâchera de découpler les sous-ensembles génériques et spécifiques (voir sujet GG71). ■ T. Wickham-Jones : Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace, Masson, 1991 ; projet 2005.S1 ; projets dédiés aux mécanismes ou à leurs représentations graphiques ■ Collaboration possible avec n° GG71, MG21 ■

### ■ GG73. Les scènes électriques (réseaux) [Electroscènes]

On se propose de réaliser un « générateur de scènes électriques », à savoir un programme, fondé sur les primitives graphiques de Mathematica, permettant de produire une représentation graphique simplifiée d'un réseau (du genre schéma électrique) à partir d'une structure de données représentant le réseau et de primitives spécifiques. Le cas échéant, on pourra paramétrer le niveau de réalisme.

■ On tâchera de découpler les sous-ensembles génériques et spécifiques (voir sujet GG71). ■ T. Wickham-Jones: Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace , Masson , 1991 ; projets 2007.S1, 2007.S2 ; projets dédiés aux réseaux ■ Collaboration possible avec n° GG71, EM51, EM55 ■

### ■ GG74. Les scènes optiques (montages optiques) [Optoscènes]

On se propose de réaliser un « générateur de scènes optiques », à savoir un programme, fondé sur les primitives graphiques de Mathematica, permettant de produire une représentation graphique simplifiée d'un montage optique à partir d'une structure de données représentant le montage et de primitives spécifiques. Le cas échéant, on pourra paramétrer le niveau de réalisme.

■ On tâchera de découpler les sous-ensembles génériques et spécifiques (voir sujet GG71). ■ T. Wickham-Jones: Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace , Masson , 1991 ; projets dédiés aux calculs d'optique ■ Collaboration possible avec n° GG71, OP11 ■

### ■ GG75. Les scènes urbaines [Urbascènes]

On se propose de réaliser un « générateur de scènes urbaines », à savoir un programme, fondé sur les primitives graphiques de Mathematica, permettant de produire une représentation graphique simplifiée de quartier ou de ville à partir d'une structure de données adéquate et de primitives spécifiques. On peut envisager de l'utiliser dans un simulateur du type Sim City. Le cas échéant, on pourra paramétrer le niveau de réalisme.

■ On tâchera de découpler les sous-ensembles génériques et spécifiques (voir sujet GG71). ■ T. Wickham-Jones: Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace , Masson , 1991 ; projet 2007.S2 ■ Collaboration possible avec n° GG71 ■

### ■ GG76. Les scènes en gestion de production [GP-scènes]

On se propose de réaliser un « générateur de scènes » pour la gestion de production, à savoir un programme, fondé sur les primitives graphiques de Mathematica, permettant de produire une représentation graphique simplifiée d'atelier (stocks, machines, flux...) à partir d'une structure de données représentant l'atelier et de primitives spécifiques. Le cas échéant, on pourra paramétrer le niveau de réalisme.

■ On tâchera de découpler les sous-ensembles génériques et spécifiques (voir sujet GG71). ■ T. Wickham-Jones: Mathematica graphics, techniques & applications, Springer, 1994 ; C. Smith, N. Blachman : The Mathematica graphics guidebook, Addison-Wesley, 1995 ; ouvrages d'infographie, par exemple : P. Schweizer : Infographie II, Presses Polytechniques Romandes, 1987 ; J. Foley et alii : Introduction à l'infographie, Vuibert, 2000 ; D. Rogers : Algorithmes pour l'infographie, Ediscience, 1988 ; R. Dony : Graphisme dans le plan et dans l'espace , Masson , 1991 ■ Collaboration possible avec n° GG71, GP11, IG22 ■

### ■ GG90. Visualisation d'objets n-dimensionnels [Scènes n-D]

On peut visualiser des figures de l'espace à n dimensions en les projetant sur un plan comme on le fait pour les représentations en perspective de figures tridimensionnelles, voire sur un sous-espace 3-D en se ramenant alors au visualiseur de Mathematica. Les calculs et tracés graphiques associés, pénibles à faire à la main, sont facilités par l'emploi d'un ordinateur. On concevra et testera un programme pour visualiser des figures simples : simplexe, hyperparallélépipède ; le cas échéant, on envisagera sa généralisation à des figures plus complexes : courbes, surfaces ou hypersurfaces.

- Sujet s'adressant à des étudiants prêts à aborder des questions originales, où il n'y a pas de voie toute tracée. Des applications sont possibles à l'étude des quasicristaux.
- Document fourni. ■ Ouvrages d'infographie, par exemple P. Schweizer : Infographie, Presses Polytechniques Romandes, 1987, tomes I et II ; T. Liebling, H. Röthlisberger : Infographie et applications, Masson, 1988 ; C. Janot, J-M. Dubois : Les quasicristaux, EDP Sciences, 1998 ■

### ■ IG11. Editeur graphique interactif [Editeur]

On se propose de réaliser un éditeur graphique interactif (simplifié) aussi générique que possible. On pourra toutefois focaliser sur un domaine d'application tel que l'édition de graphes, de schémas électriques, de scènes géométriques (Cabri, Geogebra) ou mécaniques ou encore de modèles compartimentaux... Le projet devrait donner lieu à réflexion sur l'ergonomie et aussi sur la généricité.

- Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation. Il peut donner lieu à diverses variantes selon le domaine d'application
- Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. ■ Aide en ligne de Mathematica ; projets 2009S2 • Collaboration possible avec les n° GG12, GG71 à GG76 ■

### ■ IG13. Editeur de montages imbriqués [Récurséditeur]

L'édition graphique interactive de montages imbriqués (montages série-parallèle de composants, assemblages de quadripôles, schémas d'asservissements...) pose le problème particulier de la sélection ou de l'insertion de sous-ensembles. A titre expérimental, on se propose de réaliser un éditeur graphique interactif simplifié permettant de tester l'ergonomie d'une ou plusieurs solutions (par exemple, sélection multi-clic).

- Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation. Il peut donner lieu à des variantes selon le domaine d'application
- Pour démarrer, un programme initial sera fourni. ■ Aide en ligne de Mathematica ; projets 2009 S2, 2010 S1 • Collaboration possible avec les n° IG11, GG71 à GG76 ■

### ■ IG14. Editeur en mode tri-dimensionnel [Editeur3D]

L'édition graphique interactive de systèmes tri-dimensionnels pose le problème du traitement avec la souris de la troisième dimension. Une solution possible consiste, comme en dessin technique, à jouer sur des vues (face, dessus, côté). A titre expérimental, on se propose de développer un éditeur interactif de graphes tri-dimensionnels afin de tester l'ergonomie de cette solution (ou d'autres le cas échéant).

- Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation. Il peut donner lieu à diverses variantes selon le domaine d'application visé
- Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. • Aide en ligne de Mathematica ; projets 2009 S2, 2010 S1 ■ Collaboration possible avec les n° IG11, IG21 ■

**■ IG21. Editeur de treillis [Treillediteur]**

Un programme de calcul de treillis ayant déjà été développé, on se propose de lui adjoindre une interface graphique permettant d'entrer les données utiles de façon interactive. On s'appuiera sur l'idée initiale qu'un treillis a foncièrement une structure de graphe où les nœuds aussi bien que les arêtes sont des composants (barres ou liaisons) avec des caractéristiques mécaniques (section, module d'Young...). On commencera par traiter le cas bi-dimensionnel.

■ Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation • Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. • Aide en ligne de Mathematica ; projets 2009 S2, 2010 S1 • Collaboration possible avec les n° IG11, IG14 ■

**■ IG22. Editeur d'atelier pour la gestion de production [GP-éditeur]**

Des programmes d'analyse de production étant en cours de développement, on se propose de les compléter par une interface graphique permettant d'entrer les données utiles de façon interactive. On s'appuiera sur l'idée initiale qu'un atelier de production a foncièrement une structure de graphe où les nœuds aussi bien que les arêtes sont des « composants » (stocks ou machines) avec des caractéristiques (niveau de stock, productivité...). Le cas échéant, on pourra paramétrer le niveau de réalisme.

■ Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation • Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. • Aide en ligne de Mathematica, projets en gestion de production • Collaboration possible avec les n° GP11, IG11, IG13, GG76 ■

**■ IG31. Editeur géométrique [Géoéditeur]**

L'édition de scènes géométriques diffère quelque peu de l'édition graphique dans la mesure où les objets édités et représentés sont de nature géométrique et doivent ensuite servir à des calculs ou des démonstrations de géométrie. On se propose de concevoir une version simplifiée d'un tel éditeur, à la façon de Géogebra. On commencera par traiter le cas bi-dimensionnel.

■ Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation ■ Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. ■ Aide en ligne de Mathematica ; projets 2009 S2, 2010 S1 • Collaboration possible avec les n° IG11, IG12, GG11, GG12, GG21 ■

**■ IG41. Excel en Mathematica [ExcelEnMathematica]**

On se propose, avec la primitive `InputField`, de concevoir une version simplifiée de tableur manipulable dans Mathematica. On mettra en évidence que les règles de transformation permettent de réaliser l'équivalent des fonctions de mises à jour des tableurs mais aussi que l'on peut créer une plus grande variété de structures. On pourra tester sur des applications classiques de tableur (comptabilité, gestion de notes, répertoires d'adresses...).

■ Sujet expérimental mettant en jeu la gestion d'événements ; demande de l'habileté en programmation ■ Pour démarrer le projet, un programme initial sera fourni. ■ Aide en ligne de Mathematica ■ Collaboration possible avec les n° IA61, IA62 ■

**■ IG51. Animation paramétrée [Simulateur]**

On se propose de réaliser un simulateur, éventuellement simplifié mais aussi générique que possible, conçu comme une commande Animate paramétrable. On pourra toutefois focaliser sur des applications telles que simulation de phénomènes aléatoires ou lois d'évolution paramétrées... Le projet pourrait se prolonger avec la réalisation (au moins l'esquisse) de simulateurs d'apprentissage (simulateur d'atelier ou d'entreprise...).

■ Sujet expérimental mettant en jeu les primitives d'interaction. Il peut donner lieu à des variantes selon le domaine d'application visé ■ Pour démarrer le projet, on analysera les commandes Manipulate et Animate. ■ Aide en ligne de Mathematica ■

**■ IG61. Editeur de scénario [Scénaréditeur]**

On se propose de réaliser un éditeur de scénario, éventuellement simplifié, probablement par réutilisation de la commande Animate. Il s'agit, par assemblage de séquences animées, de créer les scénarios de micro-animations à vocation didactique telles que : montage / démontage de mécanismes, constructions pas à pas de figures géométriques, simulation de mouvements physiques : il n'y a toutefois aucun inconvénient à se limiter initialement à une application graphique simple. Des élèves ambitieux pourront néanmoins réfléchir à une conception générique à base de « primitives d'animation » : séquences paramétrables qu'il suffirait d'assembler.

■ Sujet expérimental mettant en jeu la commande Animate et peut-être les primitives d'interaction. Il peut donner lieu à des variantes selon le domaine d'application visé ■ Pour démarrer le projet, on analysera les commandes Manipulate et Animate. ■ Aide en ligne de Mathematica ■

**■ IA11. Codage de Huffman [Huffman]**

Les codes à longueur variable constituent un moyen de compacter l'information (généralement les fichiers). Tel est le principe du codage de Huffman, dont on exposera le principe en vue de la conception d'un algorithme d'encodage et décodage. On pourra évoquer d'autres méthodes de compression.

■ Document fourni. ■ R. Gaylord, S. Kamin, P. Wellin : Introduction to programming with Mathematica, 1993, 154-161 ; M. Nelson : La compression de données, Dunod, 1993 ; ouvrages d'informatique ou d'algorithmique ■

### ■ IA21. Récursion versus itération [RécIter]

Ce projet porte sur l'analyse de la correspondance entre définitions récursives et itératives. Ce problème intéresse les informaticiens généralement pour des raisons d'efficacité des programmes, mais aussi d'expressivité. En partant des cas de la factorielle et de la suite de Fibonacci, on tâchera d'explicitier un ou des principe(s) relatif(s) à la dérécursivation ; à cette fin, on pourra mettre en évidence le rôle des équations de récurrence  $q_n = q[e, q_{n-1}]$  et des schémas-blocs avec des variables d'état (accumulateurs). On fera également l'analyse expérimentale (durées des calculs) des algorithmes étudiés. On pourra généraliser à des récursions plus complexes (listes, arbres...).

■ Sujet demandant de l'initiative ; s'adresse de préférence à des étudiants ayant des notions d'informatique. ■ J. Arsac : Les bases de la programmation, Dunod, 1983 ; J. Arsac : Préceptes pour programmer, Dunod, 1991 ; R. Maeder : The Mathematica programmer, Academic Press, 1994 ; L. Albert (coordonnateur) : Cours et exercices d'informatique, ITP, 1998 ; R. Sedgewick : Algorithmes en langage C, InterEditions, 1991 ; H. Abelson, G.J. Sussman : Structure et interprétation des programmes informatiques, InterEditions, 1992 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; R. Barrère : Modélisation II, photocopié ensmm, 1997-98 ■ Collaborations possibles avec projets n° IA22, IA23, AU62 (circuits séquentiels) ■

### ■ IA22. Automates et machines séquentielles [Automates]

On donnera ou rappellera la définition mathématique d'un automate fini déterministe et l'on montrera qu'on peut le programmer avec l'opérateur Fold en s'appuyant sur sa fonction de transition. On montrera également que l'on peut donner une formulation récurrente des machines séquentielles et corrélativement les réaliser avec un circuit logique avec rétroaction (logique séquentielle) et les représenter par des schémas-blocs. Le cas échéant, on pourra mentionner la correspondance entre automates finis et langages formels réguliers.

■ Sujet demandant de l'initiative ; s'adresse de préférence à des étudiants ayant des notions d'informatique. ■ J. Arsac : Les bases de la programmation, Dunod, 1983 ; J. Arsac : Préceptes pour programmer, Dunod, 1991 ; L. Albert (coordonnateur) : Cours et exercices d'informatique, ITP, 1998 ; R. Sedgewick : Algorithmes en langage C, InterEditions, 1991 ; J. Stern : Fondements mathématiques de l'informatique, McGraw-Hill, 1990 ; P. Wolper : Introduction à la calculabilité, InterEditions, 1991 ; J. Zahnd : Machines séquentielles, Georgi, 1980 ; P. Bellot, J. Sakarovitch : Logique et automates, Ellipses, 1998 ; R. Barrère : Modélisation II, photocopié ensmm, 1997-98 ■ Collaborations possibles avec projets n° IA21, IA23, AU62 (circuits séquentiels) ■

### ■ IA23. Analyseur lexico-syntaxique [Lexicanalyse]

On se propose d'étudier la génération à partir de grammaires formelles d'analyseurs lexico-syntaxiques fonctionnant par filtrage et définitions récursives ou bien avec une pile explicite. L'avantage de la première approche tient à ce que les définitions récursives traduisent directement les règles de production des grammaires formelles ou leurs formulations logiques équivalentes. On présentera brièvement la théorie des langages formels et des grammaires formelles, en orientant l'étude vers l'analyse des expressions. On développera un analyseur pour des grammaires simples.

■ Sujet non standard, s'adressant de préférence à des étudiants audacieux et imaginatifs, ayant déjà fait de l'informatique. ■ Documents fournis : extrait de photocopié, exposé de Lichtbauer (98). ■ J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996, 405-438 ; G. Cousineau, M. Mauny : Approche fonctionnelle de la programmation, Ediscience, 1995 ; N. Silverio : Réalisation d'un compilateur, Eyrolles, 1990 ; J. Levine, T. Mason, D. Brown : Lex & Yacc, O'Reilly, 1995 ■ Collaborations possibles avec projets n° IA21, IA22, IA24 ■

### ■ IA24. Traducteur syntaxique [Traducteur]

Partant de l'hypothèse de la structure arborescente des énoncés (formules, programmes...), on rappellera que les formats préfixés, infixés et suffixés correspondent à trois façons de parcourir un arbre (en préordre, ordre symétrique et ordre terminal) ; on présentera également les notations fonctionnelle et balisée. On développera des programmes pour convertir les énoncés d'un format à l'autre. Eventuellement, on pourra évoquer les langages Lisp, PostScript, html ou xml ...

■ Sujet non standard, s'adressant de préférence à des étudiants audacieux et imaginatifs, ayant déjà fait de l'informatique. ■ Documents fournis : extrait de photocopié. ■ J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996, 405-438 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; J. Levine, T. Mason, D. Brown : Lex & Yacc, O'Reilly, 1995 ■ Collaboration possible avec projet n° IA23 ■

### ■ IA31. Equations aux différences finies, ou de récurrence [Récurrences]

On présentera les équations aux différences finies et leur méthode de résolution dans le cas des équations linéaires à coefficients constants. Le cas échéant, on donnera quelques indications sur des généralisations connues : systèmes, coefficients variables, équations non-linéaires. On illustrera ces idées en les appliquant à la résolution de quelques problèmes de combinatoire ou d'analyse d'algorithmes.

■ N.H. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992, 195-204 ; A. Arnold, I. Guessarian : Mathématiques pour l'informatique, Masson, 1997 ; S. Froidevaux, M-C. Gaudel, M. Soria : Types de données et algorithmes, McGraw-Hill, 1990, 505-566 ; M. Spiegel : Finite differences, McGraw-Hill, 1971 ; R. Graham, D. Knuth, O. Patashnik : Concrete mathematics, Addison-Wesley, 1989 ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978 ■ Coopération possible avec n° IA32 ■

### ■ IA32. Séries formelles et fonctions génératrices [Séries]

Il s'agit d'un outil qui de façon générale permet la manipulation symbolique des suites. On présentera les séries formelles et les fonctions génératrices ainsi que leurs propriétés. On mettra en évidence leur rôle dans la résolution des équations aux différences finies et certains problèmes de combinatoire ou d'analyse d'algorithmes. On discutera leur codage informatique et l'on réalisera un programme avec Mathematica.

■ Sujet non-classique qui demande de l'initiative pour un travail de synthèse. ■ N.H. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992, 204-216 ; A. Arnold, I. Guessarian : Mathématiques pour l'informatique, Masson, 1997 ; L. Comte : Analyse combinatoire, PUF, 1970 ; R. Graham, D. Knuth, O. Patashnik : Concrete mathematics, Addison-Wesley, 1989 ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978 ; S. Froidevaux, M-C. Gaudel, M. Soria : Types de données et algorithmes, McGraw-Hill, 1990, 505-566 ■ Collaboration possible avec n° IA31 ■

### ■ IA51. Graphes : algorithmes de parcours [Graphes : parcours]

On fera l'inventaire de quelques représentations des graphes en vue de leur traitement dans le paradigme de programmation fonctionnel. On s'intéressera ensuite plus particulièrement aux algorithmes de parcours (en largeur ou en profondeur) dont on essaiera de trouver une formulation fonctionnelle.

■ Sujet ouvert : des variantes sont possibles ; demande de l'initiative. ■ On s'attachera à utiliser une représentation générique ayant une structure de base de données. ■ N. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992 ; G. Cousineau, M. Mauny : Approche fonctionnelle de la programmation, Ediscience, 1995 ; S. Skiena : Implementing discrete mathematics, Addison-Wesley, 1990 ; M. Gondran, M. Minoux : Graphes et algorithmes, Eyrolles, 1995 ; F. Deluen, J-F. Paillou : projet  $\mu 3$ , 1997 ; ouvrages consacrés aux graphes. ■

### ■ IA52. Graphes : cycles et nombre cyclomatique [Graphes : cycles]

On fera l'inventaire de quelques représentations des graphes en vue de leur traitement dans le paradigme de programmation fonctionnel. On s'intéressera ensuite plus particulièrement aux algorithmes relatifs aux cycles dont on essaiera de trouver une formulation fonctionnelle.

■ Sujet ouvert : des variantes sont possibles ; demande de l'initiative. ■ On s'attachera à utiliser une représentation générique ayant une structure de base de données. ■ Document fourni. ■ N. Xuong : Mathématiques discrètes et informatique, Masson, 1992 ; G. Cousineau, M. Mauny : Approche fonctionnelle de la programmation, Ediscience, 1995 ; S. Skiena : Implementing discrete mathematics, Addison-Wesley, 1990 ; M. Gondran, M. Minoux : Graphes et algorithmes, Eyrolles, 1995 ; F. Deluen, J-F. Paillou : projet  $\mu 3$ , 1997 ; ouvrages consacrés aux graphes. ■

**■ IA61. Bases de données [BDD]**

On présentera de façon simplifiée les deux principales façons de réaliser une petite base de données : formulations fonctionnelle ou relationnelle. Avec l'objectif d'intégrer la manipulation de données aux programmes, on proposera une application, en réalisant par exemple une (version simplifiée) de base de données de matériaux : la base contenant diverses informations sur différents matériaux (paramètres physiques, coût, fournisseur ...), on devrait pouvoir extraire des propriétés de matériaux donnés ou chercher des matériaux vérifiant certaines propriétés ou contraintes. Bien entendu, d'autres exemples peuvent servir d'illustration : base de composants électroniques ou optiques, de liaisons mécaniques, de réactions chimiques, de capteurs, et cætera.

■ Bien que déjà abordé par des groupes de projet, ce sujet laisse la porte ouverte à des développements complémentaires. ■ Ouvrages sur les bases de données ; V. Benzaken, A. Doucet : Bases de données orientées objet, Armand Colin, 1993 ; R. Maeder : Computer science with Mathematica, Cambridge, 2000 ; R. Maeder : The Mathematica programmer I et II, Academic Press, 1994, 1996 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; projets 2004A, 2004B ■ Collaboration possible avec IA 62 ■

**■ IA62. Groupes de données [Datagroup]**

Variante de IA61 (bases de données), ce sujet exploratoire réquerant un peu d'inventivité vise à développer une structure (un type) de données réalisant une table (au sens des bases de données) dans le cadre de la syntaxe fonctionnelle de Mathematica. Sa vocation est de développer un fondement commun aux multiples applications rencontrées en modélisation : bases de composants électriques ou électroniques, de liaisons mécaniques, de réactions chimiques, et cætera.

■ Ce sujet hors des sentiers battus requiert un peu d'initiative et d'imagination. Pour les réseaux de composants, on pourra introduire une variante (Datagraph) mêlant structure de graphe ou hypergraphe et base de données, les sommets jouant le rôle de clés. ■ Ouvrages sur les bases de données ; V. Benzaken, A. Doucet : Bases de données orientées objet, Armand Colin, 1993 ; R. Maeder : Computer science with Mathematica, Cambridge, 2000 ; R. Maeder : The Mathematica programmer I et II, Academic Press, 1994, 1996 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; projets 2004A, 2004B ■ Collaboration possible avec IA 61 ■

**■ IA65. Systèmes experts [Systèmes experts]**

Programmes (ou logiciels) construits à partir de bases de faits et de règles de déduction, les systèmes experts ont vocation à aider les scientifiques ou les ingénieurs dans le processus de décision : diagnostic en médecine, identification d'espèces en botanique ou zoologie, aide à la conception ou à la fabrication en ingénierie ... On présentera les principales architectures de systèmes experts (chaînage avant, arrière ou mixte) puis on indiquera dans quelle mesure le cœur de Mathematica peut être assimilé à un moteur de système expert. On appliquera ces idées à la réalisation d'un petit système expert, par exemple pour l'aide au raisonnement en géométrie.

■ H. Farreny : Les systèmes experts, Cepaduès, 1989 ; H. Farreny : Exercices programmés d'IA, Masson ; J. Laurière : L'intelligence artificielle, Eyrolles, 1987 (en particulier page 362 : système expert en kit) ; J.M. Alliot, T. Schiex : Intelligence artificielle et informatique théorique, Cépaduès, 1993 (ou 2<sup>e</sup> édition) ; projets 2004A, 2004B ■

**■ IA71. Algorithmes génétiques [Allogénétique]**

Inspirés de la biologie, ces algorithmes produisent des solutions par un processus d'approximations successives combinant à chaque étape variation et sélection ; on en décrira le principe à travers une étude de cas (recherche d'extrémum) pour laquelle on mettra au point un programme.

■ Sujet émanant de travaux de recherche assez récents ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ Document fourni : TMJ. ■ D. Goldberg : Algorithmes génétiques, Addison-Wesley France, 1994 ; J. Freeman : Simulating neural networks with Mathematica, 1994, 259-280 ; C. Jacob : Illustrating evolutionary computation with Mathematica, Morgan Kaufman, 2001 ; G. Allaire : Conception optimale de structure, Springer, 2007, chapitre 8 ; A. Bouvet, R. Velasco, F. Collin : Algorithmes génétiques, ensmm, projet 2002-71 ■ Math Source 0204-747 ■

**■ IA72. Automates cellulaires [Cellautomates]**

Les automates cellulaires sont des systèmes discrets parfois utilisés en modélisation (jeu de la vie, trafic routier, feux de forêt, avalanches ...). On en présentera l'idée générale (topologie, état initial, règles d'évolution), puis à partir d'un inventaire d'applications, on tentera de concevoir un programme générique que l'on testera sur quelques cas particuliers.

■ Sujet émanant de travaux de recherche assez récents ; s'adresse à des étudiants audacieux. ■ Une commande d'automate cellulaire étant désormais incorporée à Mathematica, le sujet est à vocation didactique. ■ R. Gaylord, P. Wellin : Computer simulations with Mathematica, Springer, 1995 ; S. Wolfram : Cellular automata and complexity (collected papers), Addison-Wesley, 1994 ; S. Wolfram : A new kind of science, The Wolfram Institute, 2002 ; R. Maeder : Computer science with Mathematica, Cambridge, 2000 ; projet 2003B ■

**■ IA91. Expérimentations en calcul parallèle [Parallélisme]**

Les besoins en calcul intensif ainsi que le développement des processeurs multi-cœurs et des réseaux ont conduit à proposer des outils de programmation en vue de distribuer les calculs sur plusieurs processeurs ou machines. Mathematica permet ce type de manipulation grâce au paquetage « Parallel Computing Toolkit » désormais intégré au logiciel. On se propose de décrire ces fonctionnalités de calcul parallèle et d'expérimenter avec. Plus précisément, on fera un inventaire des outils et des mécanismes de base du calcul parallèle, on évoquera les problèmes posés par la « parallélisation » des algorithmes et l'on traitera quelques exemples en calcul scientifique.

■ Le sujet requérant du matériel adéquat, vérifier d'abord sa disponibilité. ■ Sujet original à vocation didactique, hors des sentiers battus et à bibliographie réduite, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux ■ Ouvrages sur le parallélisme ; documentation en ligne sur le calcul parallèle. ■

### ■ IA92. Décomposition syntaxique [Décomposition]

En calcul formel, les expressions obtenues sont souvent volumineuses, tout en contenant certaines sous expressions plusieurs fois répétées. On se propose de concevoir un programme qui décompose ces expressions en introduisant des variables intermédiaires comme on le fait parfois à la main. On étudiera au préalable la correspondance entre expressions mathématiques et expressions fonctionnelles et arborescences ; on présentera à cette occasion le filtrage et les règles de transformation comme outil de programmation pour manipuler ces structures arborescentes. On discutera la nécessité de définir des seuils sur le nombre et la taille des sous-expressions répétées, à partir desquels on déclenche la décomposition ; on discutera aussi la façon de représenter le résultat décomposé. On testera le programme sur des solutions d'équations algébriques ou différentielles.

■ Sujet original, hors des sentiers battus et à bibliographie réduite, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux ■ Un tel outil serait évidemment utile en modélisation, donc réutilisable par d'autres projets. ■ R. Maeder : Computer science with Mathematica, Cambridge, 2000 ; J. Chazarain : Programmer avec Scheme, ITP, 1996 ■ Documents fournis : article de Maeder, extrait de polycopié ■

### ■ IA93. Opérateurs catégoriels [Catégopérateurs]

Les opérateurs de Mathematica tels que `Map`, `Fold`, `Distribute` ... sont « catégoriels » en ce sens qu'ils représentent des catégories d'algorithmes plutôt que des algorithmes particuliers. On sait que certains peuvent s'exprimer à partir d'autres, au besoin en les combinant ; on se propose de faire un inventaire de ces propriétés, autrement dit d'étudier ces opérateurs d'un point de vue algébrique.

■ Thème à explorer, hors des sentiers battus et à bibliographie réduite, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux ■ Documents fournis : article de Backus, extrait de polycopié ■

### ■ PH05. Méthodes asymptotiques en physique [Physicasymptotique]

Nombre de dispositifs physiques (fils, plaques...) peuvent être considérés comme des systèmes dont un ou plusieurs paramètres tend(ent) vers une limite (souvent 0 ou l'infini) ; cette remarque est parfois utilisée en modélisation. On se propose de faire des essais de modélisation asymptotique avec Mathematica, sur des problèmes simples de physique classique. On pourra s'entraîner sur le cas classique du calcul de potentiel à grande distance d'une distribution de charges conduisant au développement en moments multipolaires.

■ R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002, 512 ; B. Grossetête, L. Pastor, A. Zeitoun-Fakiris : La représentation des phénomènes physiques, Masson, 1981 (complément au chapitre 3) ; M. Pinsky : Partial differential equations and boundary value problems with applications, MacGraw-Hill, 1991, chapitre 6, 294 ; P. Wallace : Mathematical analysis of physical problems, Dover, 1972 ; J. Sanchez-Hubert, E. Sanchez-Palencia : Introduction aux méthodes asymptotiques et à l'homogénéisation, Masson, 1992 ; N.-G. De Bruijn : Asymptotic methods in analysis, Dover, 1958 ; M. Boas : Mathematical methods in the physical sciences, Wiley, 1983, 467-474 ; C. Bender, S. Orszag : Advanced mathematical methods, McGraw-Hill, 1978 ; A. Erdélyi : Asymptotic expansions, Dover, 1956 ■

### ■ EM11. Electrostatique [Electrostatique]

On vérifiera que le potentiel et le champ créés par une répartition de charges (dans le vide et en espace libre) s'expriment par des intégrales de convolution ; on pourra utiliser la distribution de Dirac pour représenter les charges ponctuelles, linéiques ou surfaciques. On en tirera un programme pour calculer le potentiel créé par une distribution quelconque de charges ; on le testera sur des exemples connus (segment, dipôle, circonférence, cylindre ...) puis on explorera ses possibilités en l'appliquant à un éventail de cas (supports courbes, répartitions non uniformes ...). A cette occasion, on mettra en évidence le potentiel (si l'on ose dire dans ce contexte) et les limites du calcul formel. Au besoin, on programmera quelques formules relatives au produit de convolution. Le cas échéant, on explorera le rôle des principes de symétrie comme aide au calcul, ou bien les approximations par des développements multipolaires ou encore l'utilisation des parties finies d'intégrales.

- Sujet déjà traité, à reprendre et compléter. On peut l'orienter vers l'usage du produit de convolution dont on analysera alors les propriétés (voir aussi sujet MO21) ou le calcul par règles pour des sources standard avec recours au principe de superposition.
- Pour la représentation des domaines, on utilisera une structure de tête Manifold (document fourni).
- Manuels de physique générale, chapitre électrostatique ; F. Gardiol : Electromagnétisme, Georgi, 1979 ; E. Durand : Electrostatique, Masson, 1964 ; P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986, 188-210 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; G. Baumann : Mathematica in theoretical physics, Springer, 1996, 185-195 ; W. Appel : Mathématiques pour la physique et les physiciens, H&K, 2002 ; M. Mamode : Exercices de mathématiques pour la physique, Ellipses, 2001 ; W. Strauss : Partial differential equations, Wiley, 1992
- Collaboration possible avec n° MF76 (convolution n-D), MO21 (champs), EM12 ■

### ■ EM12. Magnétostatique [Magnétostatique]

On vérifiera que le potentiel et le champ créés par une répartition de courants (dans le vide et en espace libre) s'expriment par des intégrales de convolution ; on pourra utiliser la distribution de Dirac pour représenter les courants linéiques ou surfaciques. On en tirera un programme pour calculer le potentiel créé par une distribution quelconque de courants ; on le testera sur des exemples connus (droite, spire circulaire, solénoïde ...) puis on explorera ses possibilités en l'appliquant à une variété de cas (diverses formes de courants, répartitions non uniformes ...). A cette occasion, on mettra en évidence le potentiel (si l'on ose dire dans ce contexte) et les limites du calcul formel. Au besoin, on programmera quelques formules relatives au produit de convolution. Le cas échéant, on explorera le rôle des principes de symétrie comme aide au calcul, ou bien les approximations par des développements multipolaires.

- Sujet déjà traité, à reprendre et compléter. On peut l'orienter vers l'usage du produit de convolution dont on analysera alors les propriétés (voir aussi sujet MO21) ou le calcul par règles pour des sources standard avec recours au principe de superposition.
- Pour la représentation des domaines, on utilisera une structure de tête Manifold (document fourni).
- Sujet un peu plus difficile que le précédent compte tenu du caractère vectoriel du champ.
- Manuels de physique générale, chapitre magnétostatique ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 96-110 ; F. Gardiol : Electromagnétisme, Georgi, 1979 ; E. Durand : Magnétostatique, Masson, 1968 ; P. Duchateau, D. Zachmann : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986, 188-210 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; G. Baumann : Mathematica in theoretical physics, Springer, 1996, 185-195 ; W. Appel : Mathématiques pour la physique et les physiciens, H&K, 2002 ; M. Mamode : Exercices de mathématiques pour la physique, Ellipses, 2001 ; W. Strauss : Partial differential equations, Wiley, 1992
- Collaboration possible avec n° MF76 (convolution n-D), MO21, EM11 ■

**■ EM13. Antennes [Antennes]**

On rappellera les bases de l'électromagnétisme permettant de calculer le rayonnement d'un dipôle oscillant (ou doublet). On présentera l'étude en vue de concevoir un programme pour calculer les caractéristiques d'une antenne, en particulier son diagramme de rayonnement. On généralisera ensuite la démarche à d'autres types de sources, souvent des assemblages de doublets : tourniquets, réseaux de dipôles...

■ Manuels d'électromagnétisme ; J. D. Jackson : Electromagnétisme classique, Dunod, 2001, chapitre 9 ; F. Gardiol : Electromagnétisme, Georgi, 1979 ; P. Clerc, P. Xavier : Principes fondamentaux des télécommunications, Ellipses, 1998 ; P. Combes : Microondes, Dunod, 1997, tome 2 ; J-P. Migeon : Mathématiques et physique, Tec&Doc, 1996, page 314 ; Roubine, Eyraud, Thouel : Antennes, Dunod ; P. Combes : Ondes métriques et centimétriques, Dunod, 1980 ; P. Combes : Transmission en espace libre et sur les lignes, Dunod, 1983 ; J. Quinet, A. Petitclerc : Théorie et pratique des circuits de l'électronique et des amplificateurs, Dunod, 1967, tome 3 ; Projet 2005S1 ■

**■ EM15. Les lignes HF et UHF [Electrolignes]**

On montrera que la modélisation des lignes électriques conduit à une équation des ondes classiques dans le cas des lignes sans pertes et une équation avec terme d'amortissement dans le cas des lignes avec pertes. On commencera par traiter les tronçons de ligne en régime harmonique, ce qui mènera aux notions d'impédance caractéristique, d'impédance ramenée, de taux d'onde stationnaire (TOS) ainsi que de diagramme de Smith ; on développera les programmes associés. Le cas échéant on pourra traiter les lignes en tant que résonateurs, discuter la modélisation des tronçons de lignes par des quadripôles, voire introduire les matrices S pour les montages ramifiés. Ensuite, on pourra vérifier que la solution générale pour les lignes avec pertes met en jeu une fonction de Bessel puis tenter une modélisation en termes de convolution pour l'appliquer aux régimes impulsions ; des simulations devraient alors mettre en évidence la déformation des signaux qui se propagent le long de la ligne.

■ Sujet ouvert à des variantes ; en particulier, un modèle analogue est utilisé en acoustique ; d'où également la possibilité de concevoir un programme générique. ■ Le calcul des paramètres suivant la géométrie de la ligne pourrait constituer un sujet complémentaire. ■ P. Clerc, P. Xavier : Principes fondamentaux des télécommunications, Ellipses, 1998 ; F. Gardiol : Electromagnétisme, Georgi, 1979 ; P. Grivet : Physique des lignes, Masson, 1969 (tome 1 ; tome 2, fascicules 1 et 2) ; J. Quinet, A. Petitclerc : Théorie et pratique des circuits de l'électronique et des amplificateurs, Dunod, 1967, tome 3 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires, Masson, 1994, ch 10 (ou 1998, ch 11) ; E. Argence, T. Kahan : Théorie des guides et cavités électromagnétiques, Dunod, 1964, 214-236 ; R. Badoual : Les micro-ondes, Masson, 1984 ; P. Combes : Ondes métriques et centimétriques, Dunod, 1980 ; P. Combes : Transmission en espace libre et sur les lignes, Dunod, 1983 ; ouvrages d'acoustique ■ Collaboration possible avec le sujet MG84 ■

### ■ EM21. Optique électronique (microscope électronique) [Electroptique]

On décrira succinctement le principe de conception des lentilles électroniques par effet magnétique ou électrostatique. Dans chaque cas, on proposera un modèle simplifié sous forme respectivement d'une bobine ou d'un cylindre chargé. En calculant la trajectoire d'une particule chargée proche de l'axe, on mettra en évidence l'effet de lentille magnétique ou électrostatique et l'on calculera les paramètres optiques du faisceau électronique en fonction de la géométrie du dispositif. Avec le calcul formel, on tâchera de mener les calculs analytiques le plus loin possible, quitte à recourir à des approximations numériques en cas de nécessité.

■ Comme souvent en modélisation, des hypothèses simplificatrices sont nécessaires ou du moins utiles ■ P. Grivet : L'optique électronique, Bordas, tomes 1 et 2, 1955-1958 (principalement t 1) ; N. Félici : Introduction à l'optique corpusculaire, Gauthier-Villars, 1965 ; E. Durand : Electrostatique, Masson, 1964 ; E. Durand : Magnétostatique, Masson, 1968 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990 ; F. Brisset (éditeur) : Microscopie électronique à balayage et micro-analyses, EDP Sciences, 2008, chapitre 4, page 111 ; Manuels d'électromagnétisme ■

### ■ EM21. Prismes électroniques et spectroscopie ionique [Spectrionique]

On développera un programme aussi général que possible pour déterminer la trajectoire d'une particule chargée sous l'effet conjoint d'un champ électrique et d'un champ magnétique uniformes, voire non uniformes. On tâchera de recourir prioritairement au calcul formel, quitte à recourir à des approximations numériques en cas d'insuccès. On vérifiera que certaines configurations des champs ont un effet de séparation ionique, utilisé dans la réalisation de spectroscopes, spectrographes ou filtres ioniques. On utilisera le programme pour faire un modèle simplifié de quelques dispositifs décrits dans la littérature.

■ Manuels d'électromagnétisme ; P. Grivet : L'optique électronique, Bordas, tomes 1 et 2, 1955-1958 (principalement t 2) ; N. Félici : Introduction à l'optique corpusculaire, Gauthier-Villars, 1965 ; E. de Hoffmann, J. Charette, V. Sroobant : Spectrométrie de masse, Dunod, 1999 ; A. Leroux, R. Pomès : Toutes les applications de Maple, Vuibert, 1995 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 17-20 ; S. Absous, J-P. Berard, S. Karaaslan : Calcul de la trajectoire d'une particule chargée, projet 2002-77 ■

### ■ EM51. Modélisation des réseaux électriques [Electrocinétique]

On se propose de développer un programme de calcul des réseaux électriques linéaires : tensions aux nœuds ou courants de branches en régime continu, matrice impédance (ou admittance) en régime sinusoïdal. Le circuit étant en général un graphe, on utilisera une structure de données commune à plusieurs projets (mécanismes, treillis mécaniques, systèmes vibrants). On testera les programmes sur des montages connus (pont de Wheastone, triangle ou étoile, cuboïde...). On pourra poursuivre en traitant les calculs d'énergie ou de puissance, ou en prenant en compte des caractéristiques de bruit ou des effets thermiques, en explorant la méthode de calcul par les distributions et la convolution ou encore en s'attendant aux réseaux non-linéaires.

■ J-N. Beury : L'essentiel de l'électrocinétique, Ellipses, 1998 ; R. Boite, J. Neiryneck : Théorie des réseaux de Kirchhoff, Georgi, 1978 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1994 ; J. Gottling : Matrix analysis of circuits using Matlab, Prentice-Hall, 1995 ; P. Joubert : Circuits électriques et systèmes, Tec&Doc, 1986 ; A. Riddle, S. Dick : applied electronic engineering with Mathematica, Addison-Wesley, 1994 ; R. Bouchard, G. Olivier : Circuits et machines électriques, Editions de l'EPM, 1995 ; projets 2004A, 2004B, 2007S2 ■ Sujet pouvant donner lieu à un PIC (sujet n° PIC1) ■ Collaboration possible avec le sujet n° IA52 (graphes) ■

**■ EM55. Quadripôles linéaires [Quadripôles]**

On s'intéressera d'abord aux différents modèles de quadripôles (impédance, admittance, transmittance, paramètres hybrides) et aux conversions entre ces modèles. On discutera à cette occasion le codage informatique de systèmes à représentations multiples. On pourra se référer aux applications en mécanique ou en électronique ; dans ce cas, on pourra évoquer la nécessité d'utiliser des sources commandées. Ensuite, on développera et programmera les formules décrivant les principaux montages (cascade, série, parallèle...) puis on les appliquera à quelques montages usuels : filtres, systèmes à rétroaction (4 montages fondamentaux) et aux calculs d'impédance d'entrée et d'impédance de sortie. Le cas échéant, on généralisera à la représentation en terme de convolution.

■ J-P. Faroux, J. Renault : Electrocinétique et électronique, Dunod, 1992, 242, 253 ; A. Petitclerc : Théorie et pratique des circuits à transistors, Dunod, 1966 ; M. Parodi : Applications de l'algèbre moderne, Gauthier-Villars, 1961, 221-262 ; R. Boite, J. Neiryck : Théorie des réseaux de Kirchhoff, Georgi, 1978, chapitre 6 ; A. Sedra, K. Smith : Microelectronic circuits, Saunders, 1991 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1994, ch 9 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; Techniques de l'ingénieur, volume D1, article D66 ■ Collaboration possible avec le sujet n° MG77 (quadripôles en mécanique) ■

**■ EM56. Multipôles et multiports [Multipôles]**

On se propose de généraliser la théorie des quadripôles au n-ports ( $2n$ -pôles) linéaires. On commencera avec le tri-port linéaire à 2 entrées et 1 sortie : en généralisant la méthodes des matrices (transfert, hybride...), on commencera par en concevoir une représentation mathématique (et informatique) que l'on testera sur quelques montages passifs simples en vue de l'appliquer ensuite à un modèle raffiné d'amplificateur opérationnel prenant en compte les impédances d'entrée et de sortie ainsi que la réponse en fréquence. On pourra analyser les conditions sous lesquelles on peut se ramener à un modèle quadripolaire. On discutera éventuellement l'usage de la convolution pour une représentation plus générale.

■ Audace, originalité et imagination seront utiles pour aborder ce sujet. ■ J-P. Faroux, J. Renault : Electrocinétique et électronique, Dunod, 1992, ch 9 ; J-N. Beury : L'essentiel de l'électrocinétique, Ellipses, 1998, ch 3 ; R. Boite, J. Neiryck : Théorie des réseaux de Kirchhoff, Georgi, 1978, paragraphe 5.5 ; F. Dattée : Electronique, concepts de base, Eyrolles, 1987 ; A. Sedra, K. Smith : Microelectronic circuits, Saunders, 1991 ; P. Joubert : Circuits électriques et systèmes, Tec&Doc, 1986, 23-25 ; Rugh : Nonlinear system theory, Johns Hopkins University Press ; M. Schetzen : The Volterra & Wiener theories of non-linear systems, Krieger, 1989 ; projets précédents ■ Collaboration possible avec les sujets n° EM55, EL23 ■

**■ EL21. Du semi-conducteur au composant [Semi-conducteur]**

La détermination des caractéristiques des composants à semi-conducteurs à partir des propriétés physiques des matériaux résulte de calculs où l'on doit faire de nombreuses hypothèses, simplifications ou approximations. On établira l'organigramme de ces calculs dans le cas de la diode puis d'un modèle classique de transistor bipolaire ; on vise à confectionner un programme de modélisation des composants qui automatise ce calcul, avec possibilité de jouer sur les hypothèses et les paramètres. Le cas échéant, on pourra traiter d'autres types de transistors ; on pourra également examiner, discuter et modéliser les hypothèses a posteriori telles que : capacités des jonctions à haute fréquence ...

■ On suggère d'utiliser une structure de données à base d'options pour représenter les hypothèses et paramètres : `Diode[params ..., opt1->val1, opt2->val2 ...]`. On pourra discuter le fait que les caractéristiques des transistors sont des sections 2-D d'une hypersurface 4-D. ■ Manuels d'électronique générale, par exemple : S. Dussausay : comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, articles 1, 2 et 3 ; C. Ngo, H. Ngo : Les semi-conducteurs, Dunod, 2003 ; C. Ngo, H. Ngo : Introduction à la physique des semi-conducteurs, Dunod, 1998 ; J. Auvray : électronique des signaux analogiques, Dunod, 1980 ; J-D. Chatelain : Dispositifs à semi-conducteurs, Georgi, 1979 ; B. Sapoval, C. Hermann : Physique des semi-conducteurs, Ellipses, 1990 ; A. Petitclerc : La physique du semi-conducteur, Tambourinaire, 1962 ; R. Brendel : Cours d'électronique, ensmm, édité chaque année ; projet 2005S2 ■

**■ EL22. Modèles symboliques de transistors [Transistors]**

Les logiciels de simulation utilisent encore exclusivement des méthodes numériques. A défaut de traiter le problème gigantesque de concevoir un simulateur symbolique (que l'on se réserve pour un PIC !), on se focalisera sur le problème partiel de la modélisation symbolique des transistors bipolaires : approximation linéaire, paramètres hybrides, schémas équivalents, réponse en fréquence ... A cette occasion, on s'intéressera à la représentation informatique des quadripôles ; on discutera en particulier les 4 types de sources commandées et leurs correspondances. On appliquera enfin ce travail à la modélisation de quelques montages simples (amplificateur par exemple). Le cas échéant, on généralisera à d'autres types de transistors.

■ N. Lescure, B. Mombelli : Electronique avec Maple et Pspice, Dunod, 1998 ; A. Petitclerc : Théorie et pratique des circuits à transistors, Dunod, 1966 ; F. Dattée : Electronique, concepts de base, Eyrolles, 1987 ; A. Sedra, K. Smith : Microelectronic circuits, Saunders, 1991 ; S. Dussausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, note de cours n° 6 ; P. Joubert : Circuits électriques et systèmes, Tec&Doc, 1986, 23-25 ■ Collaboration possible avec les sujets n° EM55, EL21, EL25 ■

**■ EL23. Modèle « réaliste » d'amplificateur opérationnel [AOP]**

On se propose de développer puis utiliser un modèle simple mais non idéal d'amplificateur opérationnel, avec un gain fini, une fonction de transfert du premier ordre (ou plus raffinée), des impédances d'entrée et de sortie finies ; on créera une structure de données pour spécifier ces différents paramètres, symboliquement ou numériquement. On appliquera cela à quelques montages usuels sans charge en vérifiant si l'on retrouve les résultats de l'AO idéal comme approximation (limites, développements limités ...) du modèle raffiné ; on pourra à cette occasion discuter la représentation d'un système avec différents niveaux d'approximation. On mettra en évidence l'intérêt du modèle non idéal pour faire les études en fréquence des montages ; le cas échéant, on examinera la possibilité, en présence d'une charge, de recourir à un modèle quadripolaire (tenant compte des tensions et courants en entrée et sortie).

■ Bien que déjà abordé, ce sujet, à reprendre et compléter, ouvre la porte à de nombreux développements. ■ A. Lantz : Amplificateurs fondamentaux et opérationnels, Ellipses, 2007, en particulier page 221 ; N. Lescure, B. Mombelli : Electronique avec Maple et Pspice, Dunod, 1998 ; J.-N. Beury : L'essentiel de l'électrocinétique, Ellipses, 1998, ch 3 ; A. Sedra, K. Smith : Microelectronic circuits, Saunders, 1991 ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, article 14, rappel de cours n° 1 ; projets 2003A et 2003B ■ Collaboration possible avec le sujet n° EL24 ■

**■ EL25. Caractéristique, point de fonctionnement, approximation linéaire [Approximation linéaire]**

La plupart des composants actifs sont non-linéaires mais on les utilise en « petits signaux », autrement dit dans le cadre d'une linéarisation au voisinage d'un point de fonctionnement (polarisation). On se propose de modéliser cette approximation linéaire (ou plutôt affine) du comportement. On commencera par donner des exemples simples de montages à point de fonctionnement, éventuellement dans d'autres domaines que l'électronique. On mettra en évidence la démarche (l'organigramme et l'outil mathématique) qui mène de la loi de comportement non-linéaire (loi ou courbe caractéristique) à l'approximation linéaire dite des petits signaux au voisinage d'un point de fonctionnement. En remarquant la parenté avec le problème de l'analyse de sensibilité, on établira un programme qui automatise ce calcul dans le cas d'associations de dipôles ou de quadripôles à éléments non-linéaires, en pensant à des applications à des montages à diode ou à des amplificateurs à transistors. Le cas échéant, on examinera le rôle des polynômes de Tchebytcheff dans le calcul d'approximations d'ordre supérieur (génération d'harmoniques).

■ Dans le cas du transistor, on pourra discuter la représentation quadripolaire comme linéarisation d'une hypersurface caractéristique d'un espace 4-D. ■ Ouvrages d'électronique de base ; N. Lescure, B. Mombelli : Electronique avec Maple et Pspice, Dunod, 1998 ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, note de cours n° 6 ; M. Hasler, J. Neiryk : Electronique non-linéaire, PPR, 1985 ; J.-D. Chatelain, R. Dessoulaux : Electronique, PPUR, 1995 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998 ; A. Sedra, K. Smith : Microelectronic circuits, Saunders, 1991 ■ Collaboration possible avec les sujets n° MO11 (calcul de sensibilité), EM55, EL11, EL12 ■

**■ EL31. Modélisation des filtres [Filtres]**

On se propose de développer un système simple d'aide à la conception des filtres. On commencera par faire une présentation générale des différentes catégories de filtres (passif/actif, passe bas/passe bande ..., ordre ...) ainsi que de quelques familles de filtres : pont, pi, cascade, Rauch, Butterworth, Tcheytchev ... Partant du procédé de calcul direct des filtres, on esquissera pour certaines familles de filtres l'étude du problème inverse, à savoir utiliser le calcul formel pour déterminer les paramètres (valeurs des composants) à partir des caractéristiques désirées. On pourra recourir aux commandes graphiques pour visualiser un espace des paramètres.

■ La conception des filtres est un problème vaste et difficile que l'on abordera ici sous une forme aussi simplifiée que nécessaire. Au besoin on limitera ce sujet initialement de grande envergure, par exemple en se restreignant à une seule famille de filtres. Plusieurs groupes pourraient travailler en partenariat. ■ J-N. Beury : L'essentiel de l'électrocinétique, Ellipses, 1998, ch 3 ; J-P. Faroux, J. Renault : Electrocinétique et électronique, Dunod, 1992 ; J. Auvray : Electronique des signaux analogiques, Dunod, 1980 ; C. Tocci, S. Adams : Applied Maple for engineers and scientists, Artech House, 1996, 39-70 ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, article 8, article 15 (voir aussi notions de cours) ; D. Placko (dir) : Mesure et instrumentation, Hermès, 2000, tome 1, chapitre 5 ; M. Hasler, J. Neiryneck : Filtres électriques, Georgi, 1981 ; M. Labarrère, J-P. Krief, B. Gimonet : Le filtrage, Cepaduès, 1978 ; Techniques de l'ingénieur, volume E3 ; Projets précédents sur les filtres ■ Collaboration possible avec les sujets n° EM55, AU52 (SLCI) et ceux consacrés à l'AO ■

**■ EL32. Modélisation des filtres de Jaumann [Filtres de Jaumann]**

Le but de ce projet est de synthétiser des filtres à structure particulière dite de Jaumann. On s'appuiera sur les travaux effectués dans le cadre du projet de modélisation des filtres (EL31) et l'on se référera à sa formulation comme guide de travail. Néanmoins, le temps consacré à ce projet sera exclusivement réservé à la synthèse de filtre passif en structure treillis.

■ PAC & auteur : O. Bel (entreprise Temex ; olivier.bel@temex.fr) ■ Documents fournis ■ Voir la bibliographie du sujet EL31. ■ Collaboration possible avec les sujets n° EM55, AU52 (SLCI) ■

**■ EL41. Modélisation des oscillateurs [Oscillateurs]**

On présentera quelques structures fondamentales d'oscillateurs (résistance négative, à pont de Wien, réseau déphaseur...) pour lesquelles on développera des programmes de modélisation-simulation. A cette fin, on devra mettre en œuvre différentes notions d'électronique et d'automatique : quadripôles, systèmes bouclés, stabilité ... On discutera en particulier avec soin les conditions dites d'oscillations. On tentera de simuler le démarrage de l'oscillateur (régime transitoire) en prenant en compte une non-linéarité (équation de Van der Pol).

■ S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, article 23 ; G. Couturier : Les oscillateurs en électronique, Ellipses, 2005 ; J-D. Chatelain, R. Dessoulavy : Electronique, PPUR, 1995, ch 5 ; N. Lescure, B. Mombelli : Electronique avec Maple et Pspice, Dunod, 1998, ch 5 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 59-63 ; Projets 2002A, 2003B ■ Voir aussi les n° EM55, AU21, ainsi que les sujets sur l'amplificateur opérationnel. ■

**■ AU11. Les transformations de schémas [Schémas]**

On se propose de recourir au calcul formel et à la programmation symbolique pour calculer les fonctions de transfert et manipuler les schémas en automatique, dans le cas des systèmes linéaires continus invariants. On commencera par traiter le problème direct : calcul de la fonction de transfert à partir d'un schéma ; à cette fin, on montrera que la plupart des schémas peuvent être représentés par une expression fonctionnelle à l'aide des constructeurs SerialMount, ParallelMount, FeedbackMount... (on tâchera cependant d'exhiber des contre-exemples). On abordera alors le problème inverse : étant donnée une fonction de transfert, calculer si possible sa décomposition en un schéma donné (par exemple : rétroaction à retour unitaire). De façon plus générale, on tentera d'établir une correspondance entre opérations algébriques sur la fonction de transfert et catégories de schémas.

■ Le cas échéant, on pourra exprimer le transfert en terme de réponse impulsionnelle plutôt que fonction de transfert. De même, on pourra comme dans Simulink, introduire des blocs Input et Output pour faire des simulations. ■ P. Borne et ali : Analyse et régulation, Technip, 1993, tome 1, chapitre 5 ; H. Bourlès : Systèmes linéaires, H&L, 2006, 60 ; V. Minzu, B. Lang : Commande automatique des systèmes linéaires continus, Ellipses, 2001, 51-55 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, tomes 1 et 2, Foucher, 1997-1998 ; A. Pacaud : Signaux et systèmes linéaires, Ellipses, 2001, chapitre 5 ; S. Le Ballois : Matlab/Simulink, Ellipses, 2001 ; projet 2002B ■

**■ AU21. Stabilité des systèmes bouclés ; correction PID [Stabilité]**

L'étude de stabilité des systèmes bouclés est essentielle, soit que l'on cherche la stabilité d'un asservissement, soit que l'on veuille connaître les conditions d'oscillations d'un oscillateur. On rappellera la notion de stabilité d'un système bouclé, puis les différentes méthodes, algébriques ou graphiques, pour la détermination de la stabilité. On mentionnera la distinction entre critère théorique et critère pratique (avec marge de sécurité). On concevra les programmes correspondants, en essayant autant que possible de tirer avantage du calcul formel : classiquement, l'analyse de stabilité s'appuie sur les critères de Routh ou de Nyquist ; on se propose de leur substituer une approche basée sur le calcul formel, en calculant directement les zéros des polynômes. Après avoir présenté la correction PID d'un asservissement, on y appliquera ces méthodes. On pourra recourir aux commandes graphiques pour visualiser un espace des paramètres.

■ Manuels d'automatique générale ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995, notion de cours n° 3, n° 5 ; V. Minzu, B. Lang : Commande automatique des systèmes linéaires continus, Ellipses, 2001 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires, Masson, 1994, ch 11 ; M. Benidir, M. Barret : Stabilité des filtres et des systèmes linéaires, Dunod, 1999 ; S. Le Ballois : Matlab/Simulink, Ellipses, 2001 ; projets 2004B ■ Voir aussi sujet n° EL41 ainsi que les sujets d'automatique linéaire et sur l'amplificateur opérationnel. ■

**■ AU51. La convolution en automatique [Convomatique]**

Un groupe de projet a initié une étude sur l'utilisation du produit de convolution en automatique. On vise à l'étoffer en recourant aux schémas-blocs en termes de réponses impulsionnelles plutôt que de fonctions de transfert. On se propose de développer une structure de données et un ensemble de commandes pour décrire les schémas-blocs et calculer les réponses impulsionnelles ou autres caractéristiques d'usage courant en automatique, dans le cas des systèmes linéaires continus invariants. Après avoir traité le cas des systèmes « SISO », on pourra envisager le traitement des systèmes « MIMO » par représentation d'état et produit matriciel de convolution.

■ Sujet s'adressant de préférence à des étudiants ayant déjà fait de l'automatique. On peut envisager un sujet de même nature pour les systèmes discrets. ■ Manuels d'automatique ; V. Minzu, B. Lang : Commande automatique des systèmes linéaires continus, Ellipses, 2001, 51-55 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, tomes 1 et 2, Foucher, 1997-1998 ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995 ; Y. Thomas : Signaux et systèmes linéaires, Masson, 1994 ; S. Le Ballois : Matlab/Simulink, Ellipses, 2001 ; P. Gille, R. Gizler, R. Vaudémont : Application du Produit de Convolution à l'Automatique, ensmm, projet 2001-83 ; B. Genin, N. Girardet, C. Vincent : Les transformations de schémas, ensmm, projet 2002-86 ■ Voir aussi les n° MF75, MF77 (la convolution), AU11 ainsi que les sujets sur l'amplificateur opérationnel. ■

**■ AU52. Systèmes linéaires continus invariants [SLCI]**

On se propose de développer un outil d'aide à la modélisation des systèmes linéaires continus invariants ; on se limitera d'abord aux systèmes à une entrée et une sortie (SISO). On fera un inventaire de procédés couramment utilisés en modélisation des asservissements : réponses impulsionnelle, indicielle ou harmonique, schémas et fonctions de transfert, lieux de Bode, Black ou Nyquist, précision, rapidité, dépassement... On vise dans ce projet à développer l'infrastructure d'un système de CAO pour l'automatique ; on concevra une structure de données pour représenter les SLCI, puis on développera quelques fonctions d'aide à la modélisation des asservissements, que l'on illustrera par des exemples simples trouvés dans la littérature.

■ Sujet s'adressant de préférence à des étudiants ayant déjà fait de l'automatique. On peut envisager un sujet de même nature pour les systèmes discrets. ■ Ce projet vise une synthèse de projets antérieurs, mériterait d'être développé en partenariat avec d'autres projets (n° AU21, AU51) et serait susceptible d'un prolongement en PIC. ■ Manuels d'automatique ; P. Borne et ali : Analyse et régulation, Technip, 1993 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, tomes 1 et 2, Foucher, 1997-1998 ; J-P. Faroux, J. Renault : Electrocinétique et électronique, Dunod, 1996 ; V. Minzu, B. Lang : Commande automatique des systèmes linéaires continus, Ellipses, 2001 ; C. Tocci, S. Adams : Applied Maple for enginers ans scientists, Artech House, 1996, 173-211 ; S. Dusausay : Comprendre l'électronique par la simulation, Vuibert, 1995 ; Y. Thomas : Signaux et systèmes linéaires, Masson, 1994 ; S. Le Ballois : Matlab/Simulink, Ellipses, 2001 ; B. Genin, N. Girardet, C. Vincent : Les transformations de schémas, ensmm, projet 2002-86 ■

**■ AU61. Modélisation en logique combinatoire [CL combinatoires]**

Sur la base de la correspondance entre diagrammes à flot de données et expressions fonctionnelles, on constatera que l'on peut modéliser les circuits combinatoires par des expressions fonctionnelles ou des règles de transformation. On testera cette idée en vérifiant que l'on peut reconstituer les opérateurs *non* et *ou* à partir de *nand* ou *nor*. Puis, partant de la remarque qu'assembler des circuits combinatoires en structure complexe équivaut à composer les fonctions (où les règles) booléennes qui les décrivent, en appliquera cette idée à la modélisation/simulation de systèmes plus complexes tels que : additionneur n-bits, transcodeur, multiplexeur, générateur de fonctions booléennes, voire UAL simplifiée. Enfin, on tentera la détermination des chronogrammes avec prise en compte des temps de retard. Le cas échéant, on programmera un simulateur par la technique des flots.

■ M. Gindre, D. Roux : Logique combinatoire et technologie, McGraw-Hill, 1987 ; D. Mange : Analyse et synthèse des systèmes logiques, Georgi, 1978 ; W. Mercouroff : Les ordinateurs, Cedic-Nathan, 1980 ; J-M. Bernard, J. Hugon : De la logique câblée au microprocesseur, Eyrolles, 1980 ; J-M. Bernard, J. Hugon : Pratique des circuits logiques, Eyrolles, 1985 ; M. Aumiaux : Initiation au langage VHDL, Masson, 1996, ch 2 ; L. Albert (coordonnateur) : Cours et exercices d'informatique, ITP, 1998 ; J-D. Nicoud : Calculatrices, Georgi, 1983 ; P. Bellot, J. Sakarovitch : Logique et automates, Ellipses, 1998 ; projets 2002B, 2003B ■ On ne se préoccupera pas de la simplification des fonctions booléennes (voir sujet n° LC05) ■

**■ AU62. Circuits et logique séquentiels [CL séquentiels]**

On présentera les circuits séquentiels comme circuits combinatoires assortis de boucles de rétroaction, en faisant la distinction entre systèmes synchrones et asynchrones. On montrera que cela implique la prise en compte de la stabilité, ainsi que du temps à travers la notion d'état. On montrera que s'en déduit la méthode d'analyse fondée sur les tables de Huffman avec mise en évidence des états stables. On en déduira la possibilité de représenter un tel système par un schéma-bloc, un graphe de transition ou une fonction de transition et corrélativement la possibilité de le modéliser par un automate fini (plus précisément une machine séquentielle) ; on établira un programme qui, étant donné un circuit, construit sa machine séquentielle en vue de sa simulation ; on le testera sur quelques circuits simples rencontrés en électronique numérique tels que bascules ou compteurs.

■ Sujet demandant de l'initiative ; s'adresse de préférence à des étudiants ayant des notions d'informatique et d'automatique. ■ M. Gindre, D. Roux : Logique séquentielle , MacGraw-Hill, 1987 ; J. Zahnd : Machines séquentielles, Georgi, 1980 ; D. Mange : Analyse et synthèse des systèmes logiques, Georgi, 1978 ; P. Bellot, J. Sakarovitch : Logique et automates, Ellipses, 1998 ; R. Barrère : Modélisation II, photocopié ensmm, 1997-98 ; projet 2003A ■ Collaborations possibles avec projets n° AI21, AI22 ■

### ■ MG04. Répertoire de liaisons [Liaisons]

L'approche algorithmique amène à traiter les liaisons mécaniques sous forme d'une base de données de leurs caractéristiques (géométriques, cinématiques, statiques...). Partant d'esquisses réalisées par des groupes de projets pour leurs besoins, on se propose de construire un répertoire aussi complet que possible des liaisons rencontrées en mécanique : liaisons usuelles, liaisons élastiques, liaisons avec frottements, liaisons de contact... Le cas échéant, on introduira des paramètres limites ou des paramètres de commande (analogue mécanique des sources commandées).

■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; ouvrages de mécanique générale, par exemple : M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; A. Leroy : Théorie des mécanismes parfaits, Tec&Doc, 1998 ; J-L. Fanchon : Guide de mécanique, Nathan, 2001 ■ Collaboration possible avec n° MG11, MG21, MG22 ■

### ■ MG05. Tenseur d'inertie [Inertie]

On se propose de concevoir un programme qui calcule les centres et tenseurs d'inertie ainsi que l'inertie par rapport à un axe donné, cela pour des solides caractérisés par un domaine et une fonction masse volumique :  $Distribution[density, domain]$  ; on envisagera la réunion disjointe de tels solides et la transformation du tenseur dans un changement de base. On discutera la représentation des domaines dans des systèmes de coordonnées non cartésiens. Le cas échéant, on prendra en compte les masses ponctuelles et les répartitions linéiques et surfaciques de masse avec la distribution de Dirac.

■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; ouvrages de mécanique générale et d'analyse ; J-L. Fanchon : Guide de mécanique, Nathan, 2001 ; G. Blanc, G. Gans, J. Maribe : Tenseurs d'inertie, ensmm, projet 2001-86, projet 2003B, 2004B ■

### ■ MG07. Les distributions en mécanique [DeltaMéca]

On se propose d'utiliser la théorie des distributions pour décrire les vecteurs glissants comme des champs de vecteurs singuliers (au sens des distributions). On commencera par présenter les généralisations de la théorie des distributions aux fonctions de plusieurs variables puis aux fonctions vectorielles, en donnant quelques exemples illustratifs simples. On montrera alors que l'on peut traiter les efforts concentrés (vecteurs glissants) comme des champs de vecteurs distribution de Dirac : les formules relatives aux vecteurs glissants sont des cas particuliers des formules générales relatives aux champs quelconques. On développera un programme pour faire des calculs (en particulier le torseur associé) sur des champs de vecteurs quelconques définis sur un domaine ; on le testera sur des exemples simples de champs discrets ou continus (mécanismes, gravitation...). Enfin, on pourra tenter une généralisation aux champs de couples (l'aiguille de boussole).

■ La littérature sur ce sujet à dominante mathématique est assez réduite ; le projet s'adresse donc à des étudiants audacieux, n'ayant pas peur de sortir des sentiers battus.  
■ P. Borie : Les distributions, ensmm,  $\mu 1$  ; M. Bausset : Dynamiques, Hermann, 1982 ; F. Roddier : Distributions, McGraw-Hill, 1988 ; L. Pinchard : Electromagnétisme et théorie des distributions, Ellipses, 1990 ; W. Kec, P. Teodorescu : Application of distributions in mechanics, Abacus, 1974 ; L. Schwartz : Théorie des distributions, Hermann, 1966 ; M. Bouix : Les fonctions généralisées ou distributions, Masson, 1964 ■  
Collaboration possible avec n° MG11 ■

**■ MG11. Systèmes mécaniques [PFD]**

Après avoir brièvement rappelé la (une) façon de représenter les torseurs en Mathematica (en prenant garde au fait que leur expression dépend de la base choisie), on développera une structure de données et les fonctions associées pour modéliser les systèmes mécaniques en les considérant comme des mécanismes à liaisons avec sources ; on pourra se limiter pour commencer aux montages à une liaison et un solide puis aux mécanismes en chaîne ou à cycle unique. On récapitulera les éléments d'analyse géométrique, cinématique et statique en vue de traiter les problèmes de dynamique via le PFD.

■ La première partie du sujet (torseurs) ayant déjà été traitée de façon presque exhaustive, il s'agit effectivement d'un simple rappel. ■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; ouvrages de mécanique générale et d'analyse, par exemple : M. Bausset : Dynamiques, Hermann, 1982 ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; A. Leroy : Théorie des mécanismes parfaits, Tec&Doc, 1998 ; J-L. Fanchon : Guide de mécanique, Nathan, 2001 ; projets 2001B, 2002B, 2003A, 2003B... ■ Collaboration possible avec n° MG04, MG21, MG22 ■

**■ MG12. Méthodes lagrangiennes ou hamiltoniennes [Mécamilton]**

On se propose d'utiliser les méthodes de Lagrange ou de Hamilton pour calculer les équations du mouvement en mécanique pour des systèmes sans ou avec contrainte(s). On développera un programme calculant ces équations par la méthode des puissances virtuelles à partir d'une structure de données décrivant le système. On traitera les liaisons non parfaites et le calcul des réactions par un choix judicieux du champ virtuel.

■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; ouvrages de mécanique générale et d'analyse, par exemple : M. Bausset : Dynamiques, Hermann, 1982 ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; projets 2003A, 2003B ■ Collaboration possible avec n° MG04, MG11, MG21, MG22 ■

**■ MG15. Les quadripôles en mécanique [Mékadripôles]**

Certains systèmes mécaniques, en particulier les transmissions ou les accouplements, peuvent être représentés par des montages de quadripôles. On présentera avec soin cette méthode de modélisation en discutant l'analogie (analogies et différences) avec les montages électroniques. En s'inspirant des projets ayant déjà traité ou utilisé les quadripôles, on développera une structure de données pour représenter les quadripôles mécaniques ainsi que les programmes calculant les grandeurs utiles. Le cas échéant, on pourra introduire le produit matriciel de convolution.

■ M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998, ch 9-12 ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; F. Esnault : Construction mécanique, tome 1, Dunod, 1994 ; P. Agati, M. Bremont, G. Delville : Mécanique du solide, Dunod ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, Foucher, tomes 1 et 2, 1997-1998 ; Aublin et ali : Systèmes mécaniques, Dunod, ch 1 ; projets 2003A, 2003B, 2004A ■ Collaboration possible avec n° EM55 (quadripôles) ■

### ■ MG21. Modélisation des mécanismes [Mécanismes]

La description cinématique et dynamique des mécanismes conduit à des formulations assez compliquées, malaisées à traiter à la main ; c'est pourquoi on les aborde usuellement par des méthodes numériques ou graphiques. On se propose de mettre en évidence le rôle du calcul formel dans le traitement de ce type de problème. On indiquera les grandes lignes de la théorie des mécanismes, pour ensuite l'appliquer à la modélisation des systèmes mécaniques, en se limitant initialement soit aux systèmes en chaîne, soit aux systèmes à une boucle. On discernera les aspects géométrique, cinématique, dynamique, en mettant en évidence le rôle du calcul formel dans la détermination des grandeurs physiques utiles. On testera les programmes sur quelques mécanismes simples décrits dans la littérature (bielle-manivelle, came, joint d'accouplement, engrenages...). Eventuellement, on délimitera des familles paramétrables de mécanismes dans le but de les décrire par des programmes auxiliaires génériques.

■ Document fourni. ■ Sujet déjà abordé ; à reprendre et poursuivre en traitant soit les chaînes d'un point de vue dynamique soit les boucles d'un point de vue géométrique. ■ Ce thème peut donner lieu à un sujet de plus grande envergure en PIC. ■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; E. Kreuzer : Modeling of engineering systems, CISM, 1993 (document prêté) ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; J.-P. Gourret : Modélisation d'images fixes et animées, Masson, 1994, ch 5 ; F. Esnault : Construction mécanique, tome 1, Dunod, 1994 ; P. Agati, M. Bremont, G. Delville : Mécanique du solide, Dunod ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, Foucher, tomes 1 et 2, 1997-1998 ; J.-L. Fanchon : Guide de mécanique, Nathan, 2001 ; Aublin et ali : Systèmes mécaniques, Dunod, ch 1 ; Techniques de l'ingénieur, volume BD4 ; projets 2003A, 2003B, 2004A ■ Collaboration possible avec n° MG11, MG22 ■

### ■ MG22. Modélisation des robots manipulateurs [Manirobots]

On s'intéresse à la modélisation géométrique voire cinématique des robots manipulateurs. Pour représenter ces robots, on développera une structure de données en s'inspirant du projet cité et du document fourni. Dans le cas des robots de type série, on développera un programme pour calculer les coordonnées opérationnelles (coordonnées de l'organe terminal) en fonction des paramètres articulaires. On en déduira un programme pour déterminer l'espace de travail ou du moins l'espace des positions accessibles de l'effecteur puis pour déterminer la variation (respectivement vitesse) des coordonnées opérationnelles en fonction de la variation (respectivement vitesse) des paramètres articulaires, via une matrice jacobienne (modèle direct). Partant de là, on pourra « prospecter » le cas des robots parallèles ou encore le problème inverse : détermination d'une commande pour réaliser une trajectoire ou plus simplement des paramètres articulaires pour réaliser un placement d'organe terminal.

■ Document fourni. ■ Déclinaison de MG21 orientée cinématique, ce sujet peut donner lieu à des variantes. ■ P. Coifet : La robotique, Hermès, 1992 ; P. Coifet : Les robots, Hermès, 1981 ; W. Khalil, E. Dombe : Modélisation, identification et commande des robots, Hermès, 2001 ; E. Dombe (dir) : Analyse et modélisation des robots manipulateurs, Hermès, 2001 ; E. Kreuzer : Modeling of engineering systems, CISM, 1993 (document prêté) ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; J.-P. Gourret : Modélisation d'images fixes et animées, Masson, 1994, ch 5 ; P. Agati, M. Bremont, G. Delville : Mécanique du solide, Dunod ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, Foucher, tomes 1 et 2, 1997-1998 ; Aublin et ali : Systèmes mécaniques, Dunod, ch 1 ; projets 2003A, 2004A ■ Collaboration possible avec n° MG11, MG21, MG25 ■

**■ MG23. Techniques de paramétrage des liaisons dans les mécanismes à boucles [Mécaboucles]**

On s'intéresse aux différentes techniques de paramétrage des liaisons dans les mécanismes à boucles, et à l'effet de ce choix sur les équations de liaison en découplant. Sur un mécanisme à une boucle, le paramétrage intégral sera abordé dans un premier temps, les équations de liaison étant obtenues par fermeture de chaîne géométrique ou cinématique. Dans un second temps, un paramétrage partiel pourra être considéré, une liaison choisie arbitrairement étant non paramétrée ; les équations de liaison seront alors déterminées à partir des conditions de contact associées à la liaison non paramétrée. Enfin, on envisagera le cas où un solide de forme simple est non paramétré, et l'effet sur les équations de liaison en découplant.

■ M. Ouisse, S. Mallet : Mécanique générale, Hermès, 2010 ; R. Lassa : Cinématique, Ellipses, 2000 ; M. Lajoie : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998

**■ MG24. Simulation des mécanismes cinématiquement bouclés [Dynaboucles]**

La mise en équations de la dynamique d'un système cinématiquement bouclé ou à contraintes (par le principe fondamental de la dynamique ou les équations de Lagrange avec multiplicateurs) aboutit à un système d'équations dites « algèbro-différentielles » (DAE). Outre le recours à un solveur de DAE, différentes méthodes sont utilisées pour résoudre ce type de problème, telles que la résolution explicite des équations de fermeture (sujet MG23) ou la méthode de projection (partition des coordonnées), conduisant à une formulation des équations en termes de paramètres généralisés indépendants. À partir d'un mécanisme à une boucle (le système bielle-manivelle par exemple formulé en utilisant un paramétrage relatif ou absolu) ou à contraintes (le pendule par exemple formulé en utilisant un paramétrage absolu), ce projet consiste, dans un premier temps, à établir analytiquement les équations de la dynamique et justifier leur caractère algèbro-différentiel ; dans un deuxième temps, il s'agira d'exhiber une forme explicite (non DAE) des équations en vue de simulations.

■ PAC & auteur : B. Boudon (benjamin.boudon@free.fr) ■ R. Lassa : Dynamique, Ellipses, 2002 ; W. Marquis-Favre : Simulation des mécanismes : résolution des équations dans les logiciels, Techniques de l'ingénieur, 2007 ; G. Rideout : Teaching Multi-Body Dynamics in an Undergraduate Curriculum: An Intuitive and Explicit Formalism Based on Parasitic Elements, Proc. Amer. Soc. for Engineering Education Annual Conference and Exposition, Pittsburgh, 2008 ■ Documents fournis incluant une bibliographie complémentaire ■ Collaboration possible avec n° MG23 ■

### ■ MG25. Problème inverse pour les robots manipulateurs [Manicommande]

Le problème inverse pour les robots manipulateurs consiste à déterminer les paramètres de liaison (dits articulaires en robotique) pour réaliser un mouvement (position et orientation) de l'organe terminal, donné dans l'espace des tâches. Par un raisonnement basé sur un paramétrage indirect (cours de dynamique de S. Mallet), celui-ci se trouve apparenté à un problème de boucle cinématique. Sauf cas banal (robot à liaisons glissières), cet objectif implique la résolution d'équations transcendantes incluant des fonctions trigonométriques. On se propose de recourir à une technique de calcul formel qui consiste à traiter les sinus et cosinus comme des indéterminées. On la testera sur des systèmes simples en chaîne, à une puis quelques liaisons en vue de généraliser, possiblement à des robots parallèles.

■ PAC : B. Boudon (benjamin.boudon@free.fr) ■ S. Mallet : Cours de dynamique [polycopié], ensmm, édité chaque année ; W. Khalil, E. Dombe : Modélisation, identification et commande des robots, Hermès, 2001 ; E. Dombe (dir) : Analyse et modélisation des robots manipulateurs, Hermès, 2001 ; E. Kreuzer : Modeling of engineering systems, CISM, 1993 (document prêté) ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; J.-P. Gourret : Modélisation d'images fixes et animées, Masson, 1994, ch 5 ; P. Agati, M. Bremont, G. Delville : Mécanique du solide, Dunod ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, Foucher, tomes 1 et 2, 1997-1998 ; Aublin et alii : Systèmes mécaniques, Dunod, ch 1 ■ Collaboration possible avec n° MG22, MG23 ■

### ■ MG26. Transmissions mécaniques [Mécattransmissions]

Les transmissions mécaniques sont généralement des mécanismes à boucles dont on étudie les aspects géométriques, cinématiques et sthéniques (analyse des efforts) en vue d'exhiber une loi entrée-sortie. Cette analyse repose sur la résolution des équations de fermeture qui mettent généralement en jeu des équations transcendantes incluant des fonctions trigonométriques. Pour leur résolution, on se propose de recourir à une technique de calcul formel qui consiste à traiter les sinus et cosinus comme des indéterminées. On traitera des exemples classiques de la littérature mécanique, tels que le système bielle-manivelle.

■ PAC : B. Boudon (benjamin.boudon@free.fr) ■ M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1998, ch 9-12 ; M. Bausset : Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990 ; F. Esnault : Construction mécanique, tome 1, Dunod, 1994 ; P. Agati, M. Bremont, G. Delville : Mécanique du solide, Dunod ; M. Lajoie, B. Lodier : Mécanique et mécanismes, Ellipses, 1998 ; G. Colombari, J. Giraud : Sciences industrielles, Foucher, tomes 1 et 2, 1997-1998 ; Aublin et alii : Systèmes mécaniques, Dunod, ch 1 ■ Collaboration possible avec n° MG15, MG23 ■

### ■ MG31. Vibrations mécaniques ; approche symbolique [Vibrations]

On fera une présentation des méthodes et calculs pratiqués dans la modélisation vibratoire des systèmes mécaniques discrets (combinaisons de masses, ressorts et amortisseurs) : système conservatif associé, vibrations libres ou forcées, analyse fréquentielle ou transitoire par la méthode des modes complexes. On développera corrélativement un ensemble de fonctions Mathematica d'aide à la modélisation des vibrations mécaniques. En pratique, on se limitera à des systèmes à nombre modéré de degrés de liberté. Le cas échéant, on examinera l'analyse symbolique par exponentielle (resp. cosinus et sinus) de matrice et convolution.

■ M. Del Pedro, P. Pahud : Mécanique vibratoire, PPR, 1992 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires et non-linéaires, Masson, 1994 ; M. Geradin, D. Rixen : Théorie des vibrations, Masson, 1993 ; M. Roseau : Vibrations des systèmes mécaniques, Masson, 1984 ; W. Seto, Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964 ; J.-P. Gourret : Modélisation d'images fixes et animées, Masson, 1994, ch 6 ; M. Hatch : Vibration simulation using Matlab and Ansys, Chapman & Hall, 2001 ; G. Venizelos : Vibrations des structures, Ellipses, 2002 ; F. Gantmacher : Théorie des matrices, Dunod/Gabay, 1990, en particulier page 125 ; W. Kecs : The convolution product, Reidel, 1982 ; projets 2002B, 2003A, 2003B, 2004A ■

### ■ MG41. Milieux déformables [MMD]

On se propose de réaliser un programme d'aide à la résolution des problèmes de mécanique des milieux déformables telle que pratiquée dans l'enseignement pour traiter des problèmes simples de traction-compression, torsion, pression... Il s'agit d'exprimer les tenseurs, les équations et les conditions aux limites dans un système de coordonnées curvilignes convenable en vue d'une simplification des équations moyennant au besoin des hypothèses. Pour ce faire, on étendra la paquetage d'analyse vectorielle au calcul tensoriel dans le but d'exprimer les relations de la mécanique des milieux déformables (équations d'équilibre de Navier, de compatibilité...) dans un système curviligne quelconque. On pourra utiliser le paquetage « Manifolds ». Le cas échéant on étendra le projet aux formulations variationnelles énergétiques.

■ C. L'excellent : Cours de mécanique des milieux continus (déformables), ensmm,  $\mu 1$  ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; J-F. Ganghoffer : Tenseurs, variations et milieux continus, Ellipses, 2003 ; V. Rékatch : Problèmes de la théorie de l'élasticité, Mir, 1982 ; ouvrages de MMD, par exemple P. Germain, P. Muller : Introduction à la mécanique des milieux continus, Masson, 1995 ; L. Sedov, Mécanique des milieux continus (tomes 1 et 2), Mir, 1975 ; A. Romano, R. Lancellotto, A. Marasco : Continuum mechanics using Mathematica, Birkhäuser, 2006 ; ouvrages de calcul tensoriel, par exemple J. Hladik : Le calcul tensoriel en physique, Masson, 1995 ; R. Barrère : Calcul tensoriel, polycopié ensmm,  $\mu 1$  ■

**■ MG51. Poutres en flexion simple [Poutres]**

On rappellera d'abord la façon dont, moyennant des hypothèses convenables, on modélise puis calcule les poutres en RDM. On en tirera un programme pour la résolution des problèmes statiques, que l'on appliquera à quelques cas classiques. On pourra mettre en évidence le rôle des distributions dans la représentation des charges localisées et du noyau de Green dans l'expression des déformées (formulation intégrale). Le cas échéant, on étendra l'étude au cas de poutres sollicitées par des moments.

■ Ce sujet s'adresse de préférence à des étudiants connaissant un peu la RDM. Une variante déjà abordée par un groupe (2003B) concerne les techniques d'approximation numérique. ■ C. L'excellent : Cours de mécanique des milieux continus (déformables), ensmm,  $\mu 1$  ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; consulter des ouvrages de RDM, par exemple C. Wielgosz, Résistance des matériaux, Ellipses, 1999, p. 140 ; P. Muller : Résistance des structures, Hermès, 1990 ; J-L. Batoz, G. Dhatt : Modélisation des structures par éléments finis, vol 2, ch 1, Hermès, 1990 ; W. Kecs, P. Teodorescu : Application of distributions in mechanics, Abacus, 1974 ; S. Fonta, E. Geitzholz, S. Guiller-Sahuque, T. Lepineux : Modélisation des poutres en flexion, ensmm, projet 2002-97 ■ Math Source 0208-684, 0205-412 ■ Collaboration possible avec les sujets n° MF62 (ED&EI) et MG75 (vibrations de flexion) ■

**■ MG52. Modélisation des plaques en flexion [Plaques]**

On rappellera d'abord la façon dont, moyennant des hypothèses convenables, on modélise puis calcule les plaques en RDM, en remarquant qu'au delà du cas exceptionnel des solutions analytiques, on utilise des approximations (Ritz-Galerkin, éléments finis, différences finies...). Partant de là, on visera un programme pour la résolution des problèmes statiques, que l'on appliquera à quelques cas classiques (plaques rectangulaires ou circulaires). On pourra mettre en évidence le rôle des distributions dans la représentation des charges localisées et du noyau de Green dans l'expression des déformées (formulation intégrale) ou encore prolonger le projet par l'étude des coques ou l'analyse vibratoire.

■ Ce sujet s'adresse de préférence à des étudiants connaissant un peu la RDM. ■ C. Wielgosz, Résistance des matériaux, Ellipses, 1999, p. 130-131 ; M. Geradin, D. Rixen : Théorie des vibrations, Masson, 1993 ; J-L. Guyader : Vibrations des milieux continus, Hermès, 2002 ; A. Leissa : Vibrations of plates, Acoustical Society of America, 1993 ; A. Leissa : Vibrations of shells, Acoustical Society of America, 1993 ; M. Roseau : Vibrations des systèmes mécaniques, Masson, 1984 ; J. E. Lagnese, J-L. Lions : Modelling, analysis and control of thin plates, 1988, chapitre 1 ; J-L. Batoz, G. Dhatt : Modélisation des structures par éléments finis, Hermès, 1990, volume 2, paragraphe 4.1.6 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; W. Kecs, P. Teodorescu : Application of distributions in mechanics, Abacus, 1974 ■

**■ MG61. Calcul des treillis en résistance des matériaux [Treillis]**

On présentera ou rappellera la représentation des systèmes mécaniques à liaisons par un graphe et les calculs associés en termes de torseurs ; on donnera en particulier les définitions et significations des degrés de liberté, isostaticité, hyperstaticité, hypostaticité (cas des mécanismes). On appliquera ces idées à la modélisation des systèmes de barres articulées dans les cas suivants : treillis de barres articulées avec liaisons pivot idéales, les barres étant des solides indéformables, le treillis étant sollicité par des forces. Puis on prendra les mêmes hypothèses sauf que les barres sont déformables en traction/compression (pas de résistance au cisaillement). On développera les programmes de calcul associés que l'on testera sur des systèmes classiques : charpente, instrument de levage, structures à haubans, poutres Warren ... On pourra assortir le programme de calcul d'une commande graphique utilisant des couleurs pour présenter les tensions dans les barres. Le cas échéant, on examinera l'extension aux systèmes de poutres rivetées (ou soudées) avec résistance à la flexion.

■ Sujet déjà abordé, à reprendre et compléter. ■ Il y aura lieu de discuter la représentation des actions extérieures. Le programme devrait donner la possibilité de nommer les nœuds. Il pourrait être rattaché à des programmes sur les graphes. ■ Le sujet peut donner lieu à une extension en PIC. ■ A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; P. Muller : Résistance des structures, Hermès, 1990 ; C. Brebbia, A. Ferrante : Computational methods ..., Pentech Press, 1986 ; A. Giet : RDM, Dunod, 1968, tome 1 ; J-L. Fanchon : Guide de mécanique, Nathan, 2001 ; P. Agati, F. Lerouge, M. Risetto : RDM, Dunod, 1999, 397-403 ; V. Feodossiev : RDM, Mir, 1971, 202- ; M-A. Studer, F. Frey : Introduction à l'analyse des structures, PPUR, 1997, 93-112 ; J-L. Batoz, G. Dhatt : Modélisation des structures par éléments finis, vol 2, ch 1, Hermès, 1990 ; W. Nash : RDM, tomes 1,2, McGraw-Hill, 1974-1975, projet 2003B ■

**■ MG65. Calcul des filets de pêche [Filets]**

Les problèmes techniques rencontrés avec les filets de pêche incitent à en faire des modèles mécaniques plus ou moins sophistiqués. On se propose de recourir à la théorie des treillis en testant différentes approches ou niveaux d'approximation : simple calcul d'efforts (équilibre des nœuds) ou prise en compte de l'élasticité (méthodes énergétiques). On commencera par modéliser un système expérimental plan réduit à quelques mailles, en vue de la modélisation d'un filet réel.

■ PAC & auteur : M. Buisson (manuel.buisson@univ-rennes1.fr) ■ Collaboration possible avec le sujet MG61. ■ Documents fournis. ■ G. Pichot : Simulation numérique de la déformation d'un filet de pêche, DEA, IRMAR, Rennes, 2004 ; G. Pichot : Modélisation et analyse numérique du couplage filet-écoulement hydrodynamique dans une poche de chalut, Thèse de doctorat, IFREMER, 2007 ( [http://www.geosciences.univ-rennes1.fr/rubrique.php3?id\\_rubrique=371](http://www.geosciences.univ-rennes1.fr/rubrique.php3?id_rubrique=371) ) ; bibliographie du sujet MG61 ■

**■ MG71. Vibrations de torsion [Vibrotorsion]**

On rappellera le principe de la modélisation des vibrations de torsion et du calcul des grandeurs caractéristiques associées : fréquences de résonance, modes de vibration ; on développera un programme pour calculer la solution prenant en paramètres les données du problème (conditions aux limites, conditions initiales, excitation ...). On pourra l'appliquer au problème d'un arbre homogène couplé à un disque d'inertie donnée. Le cas échéant, on pourra examiner une extension du modèle au cas d'un arbre non homogène (section ou constante d'élasticité variables) ou encore pour prendre en compte la dissipation (supposée visqueuse) du matériau en ayant recours à des méthodes d'approximation de type Ritz-Galerkin. Partant de là, on pourra étudier l'architecture d'un programme plus général autorisant l'utilisateur à choisir le modèle ou le niveau d'approximation souhaité.

- Le sujet ainsi posé est ambitieux ; on ne demande pas de tout faire, mais de choisir une direction d'investigation. ■ Seto : Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, ch 5 ; J-L. Guyader : Vibrations des milieux continus, Hermès, 2002 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; M. Hatch : Vibration simulation using Matlab and Ansys, Chapman & Hall, 2001 ; L. Lesieur, J. Lefebvre : Mathématiques, Armand Colin, 1967, ch 12 ; ouvrages de résistance des matériaux.
- Collaboration possible avec le sujet n° MO41 (ondes) ■

**■ MG75. Vibrations des poutres en flexion [Vibroflexion]**

On rappellera d'abord la façon dont, moyennant des hypothèses convenables, on modélise les poutres en RDM. On en tirera un programme pour la résolution des problèmes vibratoires, que l'on appliquera à quelques cas classiques. On s'intéressera en particulier au calcul (symbolique ou numérique) des fréquences propres et des modes propres. Le cas échéant, on étendra l'étude au problème des vibrations forcées ou au cas des poutres hétérogènes via des méthodes d'approximation.

- Ce sujet s'adresse de préférence à des étudiants connaissant un peu la RDM. ■ A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; A. Noor : Computerized symbolic manipulation in structural mechanics, CISM, 1993 (document prêté) ; J-L. Guyader : Vibrations des milieux continus, Hermès, 2002 ; M. Roseau : Vibrations des systèmes mécaniques, Masson, 1984 ; M. Geradin, D. Rixen : Théorie des vibrations, Masson, 1993 ; W. Seto, Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, 128-150 ; M. Bonvalet : Phénomènes linéaires, Masson, 1994 ; J. Robertson : Engineering mathematics with Mathematica, McGraw-Hill, 1995, 143-160 ; M. Hatch : Vibration simulation using Matlab and Ansys, Chapman & Hall, 2001 ; N. Remy-Martin, D. Royer, N. Trappier : Vibrations de flexion des poutres, ensmm, projet 2002-98 ; projets 2004B, 2005S1 ■ Math Source 0205-872 ■ Collaboration possible avec le sujet n° MG51 (flexion) ■

**■ MG81. Les guides acoustiques [Acoustoguides]**

On se propose de développer un modèle de guide acoustique à tronçons homogènes (en régime harmonique) basé sur les matrices de transmissions (relations linéaires entre ondes aller et retour). On vise un programme apte à traiter des lignes à nombre quelconque de tronçons, calculant les coefficients de transmission et de réflexion. Le cas échéant on pourra également introduire la matrice  $S$ , utilisée pour la description des jonctions entre guides.

- Sujet ouvert à des variantes ; en particulier, un modèle analogue est utilisé en électromagnétisme ; d'où la possibilité de concevoir un programme générique.
- M. Bonvalet : Phénomènes linéaires, Masson, 1994, ch 10 (ou 1998, ch 11) ; A. Chaigne : Ondes acoustiques, Editions de l'Ecole Polytechnique, 2001 ; C. Potel : Acoustique générale, Ellipses, 2006 ; M. Bruneau : Matériaux et acoustique, Hermès, 2006 ; F. Fahy : Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response, Academic Press, 1987 ; ouvrages sur les lignes électriques ■ Collaboration possible avec les sujets MG84, EM15 ■

**■ MG82. Membranes vibrantes [Membranes]**

On rappellera brièvement que les vibrations de membranes sont décrites par l'équation des ondes assortie de conditions aux limites. Dans le cas des membranes circulaires, on résoudra cette équation par séparation des variables en s'aidant au besoin du système de calcul formel ; on déterminera en particulier les fréquences et modes de vibration en vue du calcul de la solution sous forme de série. On programmera des fonctions prenant en paramètres les données du problème (conditions aux limites ...) pour calculer et représenter les différents modes. On pourra se roder au préalable sur les membranes rectangulaires et compléter le travail en généralisant le domaine à un secteur quelconque ou en s'intéressant aux modes dits « de galerie ». On peut également orienter le sujet vers un programme plus général autorisant une plus large variété de domaines (forme de la membrane), basé sur une formulation variationnelle et la méthode de Galerkin.

- G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, étude n° 12 ; A. Beltzer : Variational and finite element methods, Springer, 1990 (document prêté) ; Seto : Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, ch 5 ; M. Roseau : Vibrations des systèmes mécaniques, Masson, 1984 ; M. Geradin, D. Rixen : Théorie des vibrations, Masson, 1993 ; ouvrages sur les équations aux dérivées partielles, par exemple L. Lesieur, J. Lefebvre : Mathématiques, Armand Colin, 1967, ch 12-13 ; M. Décuypere : Méthodes mathématiques pour la physique, Dunod, 1968, 62- ; A. Hocquenghem, P. Jaffard : Mathématiques, Masson, 1963, 498-502 ; P. Duchateau, D. Zachman : Partial differential equations, McGraw-Hill, 1986 ; N. Koshlyakov, M. Smirnov, E. Gliner : Differential equations of mathematical physics, North-Holland, 1964 ; S. Colombo : Les équations aux dérivées partielles, Masson, 1976, thèse Lecoanet, projet 2002B ■

### ■ MG83. Acoustique dans les cavités [Cavités]

On rappellera brièvement que les vibrations acoustiques dans les cavités sont décrites par l'équation des ondes assortie de conditions aux limites. Dans le cas des cavités cylindriques, on résoudra cette équation par séparation des variables en s'aidant au besoin du système de calcul formel ; on déterminera en particulier les fréquences et modes de vibration en vue du calcul des solutions sous forme de séries. On programmera des fonctions prenant en paramètres les données du problème (conditions aux limites...) pour calculer et représenter les différents modes. On pourra se roder au préalable sur les cavités parallélépipédiques puis compléter le travail par l'étude des cavités cylindriques, sphériques ou à secteur cylindrique ou sphérique. On peut également orienter le sujet vers un programme plus général autorisant une plus large variété de domaines (forme de la cavité), basé sur une formulation variationnelle et la méthode de Galerkin.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, étude n° 12 ; Seto : Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964, ch 5 ; M. Roseau : Vibrations des systèmes mécaniques, Masson, 1984 ; M. Geradin, D. Rixen : Théorie des vibrations, Masson, 1993 ; ouvrages sur les équations aux dérivées partielles, par exemple L. Lesieur, J. Lefebvre : Mathématiques, Armand Colin, 1967, ch 12-13 ; P. Duchateau, D. Zachman : Partial differential equations, Mc Graw-Hill, 1986 ; N. Koshlyakov, M. Smirnov, E. Gliner : Differential equations of mathematical physics, North-Holland, 1964 ; S. Colombo : Les équations aux dérivées partielles, Masson, 1976, thèse Lecoanet, projet 2003A ■

### ■ MG84. Les lignes acoustiques [Acoustolignes]

On se propose de développer un modèle de ligne acoustique à tronçons homogènes, en vue d'une application aux échappements, en utilisant la théorie des lignes (régime harmonique) ou en revenant aux conditions de continuité des champs. On vise un programme apte à traiter des lignes à nombre quelconque de tronçons. Le cas échéant on pourra discuter la modélisation des tronçons de lignes en termes d'impédance caractéristique, d'impédance ramenée, ou par des quadripôles.

■ Sujet ouvert à des variantes ; en particulier, un modèle analogue est utilisé en électromagnétisme ; d'où la possibilité de concevoir un programme générique.  
 ■ M. Bonvalet : Phénomènes linéaires, Masson, 1994, ch 10 (ou 1998, ch 11) ; A. Chaigne : Ondes acoustiques, Editions de l'Ecole Polytechnique, 2001 ; C. Potel : Acoustique générale, Ellipses, 2006 ; M. Bruneau : Matériaux et acoustique, Hermès, 2006 ; F. Fahy : Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response, Academic Press, 1987 ; ouvrages sur les lignes électromagnétiques ■ Collaboration possible avec les sujets MG81, EM15 ■

### ■ MG85. Approximations à 1 degré de liberté de milieux continus [Modapproximation]

Dans certaines applications, on est amené à étudier un mode de vibration particulier de système décrit par une équation des ondes classiques (corde vibrante, ligne en hyperfréquence, arbre de torsion...). En se limitant pour commencer au cas 1-D, on exprimera analytiquement la solution d'un tel problème lorsque le système est sollicité par une condition aux limites sinusoidale. On montrera alors qu'au voisinage d'un mode particulier, on peut représenter approximativement le système par un modèle d'oscillateur à un degré de liberté ; on établira le programme qui pour tout mode, calcule les paramètres de cet oscillateur et les principales caractéristiques du mode associé. On tâchera de préciser les limites de cette méthode. Le cas échéant, on établira la relation entre cette approche et la formulation hilbertienne dans la base des fonctions propres.

■ Document fourni : la corde vibrante ■ W. Seto, Mechanical vibrations, McGraw-Hill, 1964 ; ouvrages sur les équations aux dérivées partielles, par exemple L. Lesieur, J. Lefebvre : Mathématiques, Armand Colin, 1967, ch 12-13 ; P. Duchateau, D. Zachman : Partial differential equations, Mc Graw-Hill, 1986 ; N. Koshlyakov, M. Smirnov, E. Gliner : Differential equations of mathematical physics, North-Holland, 1964 ; R. Courant, D. Hilbert : Methods of mathematical physics, Wiley, 1989 ■

**■ TH11. Méditation thermodynamique [Thermodynamique]**

On se propose de revenir sur la thermodynamique en terme d'analyse mathématique des fonctions de plusieurs variables et des fonctions implicites. On s'intéressera aux systèmes caractérisés par une équation d'état, en se limitant éventuellement aux gaz en première approche, et l'on explicitera la correspondance entre les relations thermodynamiques usuelles et les propriétés des différentielles et dérivées partielles des fonctions implicites. On choisira une représentation des données appropriée et l'on programmera les calculs de grandeurs thermodynamiques usuelles lors de transformations finies ; on pourra appliquer ces idées au calcul des cycles thermodynamiques.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 16 et 17 ; ouvrages de thermodynamique, par exemple : L. Borel, D. Nguyen, M. Batato : Thermodynamique et énergétique, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1987 ; J-P. Perez, A-M. Remulus : Thermodynamique, Masson, 1993 ; M. Feidt : Thermodynamique et optimisation énergétique, Tec&Doc, 1996 ; projet 2005S1 ■

**■ TH21. Transfert de la chaleur et diffusion [Diffusion]**

On établira que la diffusion comme le transfert de chaleur par conduction sont décrits par une équation de Laplace dans le cas stationnaire et une équation de diffusion (équation de la chaleur) dans le cas général. On donnera pour la solution de ces équations une formulation intégrale en terme de convolution, que l'on utilisera dans un programme pour décrire la répartition de température et le flux thermique (respectivement la concentration et le flux) au sein de milieux de géométries simples. On peut également orienter le sujet vers un programme plus général autorisant une plus large variété de domaines (forme du substrat), basé sur une formulation variationnelle et la méthode de Galerkin.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 13, 14, 15 ; ouvrages de thermique ou thermodynamique, ouvrages sur les équations aux dérivées partielles ; B. Eyglument : Thermique théorique et pratique, Hermès, 1997-2000 ; M. Feidt : Thermodynamique et optimisation énergétique, Tec&Doc, 1996 ; J-P. Migeon : Mathématiques et physique, Tec&Doc, 1996, 239- ; L. Lesieur, J. Lefebvre : Mathématiques, Armand Colin, 1967, ch 12-13 ; S. Colombo : Les équations aux dérivées partielles, Masson, 1976, 176-185 ; P. Wallace : Mathematical analysis of physical problems, Dover, 1984, chapitre 6, page 355 ; M. Pinsky : Partial differential equations and boundary value problems with applications, McGraw-Hill, 1991, page 365 ; L. Schwartz : Méthodes mathématiques pour la physique, Hermann, 1965, page 330 ; J. Bass : Cours de mathématiques, tome 2, 1978, 324-329 ; H. Reinhard : Equations aux dérivées partielles, Dunod, 1987, chapitre 6, page 185 ■ Collaboration possible avec n° TH22 ■

**■ TH22. Modèles discrets pour les transferts de chaleur [Calotransfert]**

On montrera que moyennant des hypothèses simplificatrices, les transferts de chaleur peuvent être décrits au moyen de réseaux de résistances thermiques ; on indiquera comment étendre l'analogie aux accumulateurs (effet capacitif) et aux sources. On développera un programme Mathematica d'aide à la modélisation des transferts thermiques ; on représentera les composants par des expressions telles que `Resistor[R, options]` (respectivement `Capacitor`) ; on pourra utiliser les expressions (structures de données) `Serial[C1, ...]` ou `Parallel[C1, ...]` pour décrire les montages correspondants ; les fonctions Mathematica calculeront les grandeurs physiques utiles dans ce contexte.

■ Ouvrages de thermique ou thermodynamique, ouvrages sur les équations aux dérivées partielles ; B. Eyglument : Thermique théorique et pratique, Hermès, 1997-2000 ; J. Ouin : Transferts thermiques, Educavivre, 1998 ; H. Cortès, J. Blot : Transferts thermiques, applications à l'habitat, Ellipses, 1999 ; M. Feidt : Thermodynamique et optimisation énergétique, Tec&Doc, 1996 ; J-P. Migeon : Mathématiques et physique, Tec&Doc, 1996, 239- ; Techniques de l'ingénieur : Conduction thermique, volume BE2, article BE8200 ■ Collaboration possible avec n° TH21 ■

### ■ OP11. Optique matricielle [Matroptique]

On rappellera le principe par lequel on introduit le calcul matriciel en optique. A partir de là, on concevra un ensemble de fonctions Mathematica pour représenter les composants optiques de base et modéliser des assemblages optiques simples (systèmes centrés) en vue de modéliser les dispositifs optiques comme assemblages de quadripôles. On complètera cela par des commandes graphiques pour le tracé des rayons lumineux et par une généralisation aux montages 3D, que l'on testera sur quelques systèmes optiques usuels.

■ Sujet déjà abordé, à reprendre et compléter en particulier par des applications variées. ■ Bulletin de l'Union des Physiciens n°659, 359-371 ; J-P. Pérez : Optique, Masson, 1996 ; E. Elbaz, F. Roux : Optique matricielle, Ellipses, 1989 ; K-D. Möller, C. Belorgeot : Cours d'optique, Springer, 2007 ; M-G. Gabriel, C. Ernst, J. Grange : Comprendre et appliquer l'optique 1, Masson, 1986 ; ; M. Parodi : Applications de l'algèbre moderne, Gauthier-Villars, 1961, 305-328 ; A. Leroux : Informatique et physique, McGraw-Hill, 1989 ; M. Eminyan, K. Rubin : Introduction la simulation des systèmes physique, InterEdition, 1994, 172-179 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 136-157 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 69-71 ■

### ■ OP13. Distorsions optiques [Distorsioptique]

Les calculs classiques en optique géométrique se font dans le cadre de l'approximation de Gauss qui est une approximation linéaire. Toutefois, la propagation des rayons lumineux présente des écarts à la linéarité qui induisent sur les images réelles des distorsions généralement traitées comme des défauts. On se propose d'aborder ce problème en utilisant des développements limités d'ordre 3, voire supérieur. Le cas échéant, on appliquera ces calculs au problème inverse consistant à calculer la forme d'un dispositif optique pour corriger tel défaut.

■ J-P. Pérez : Optique, Masson, 1996 ; K-D. Möller, C. Belorgeot : Cours d'optique, Springer, 2007 ; E. Elbaz, F. Roux : Optique matricielle, Ellipses, 1989 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 136-157 ■

### ■ OP21. Optique de Fourier : diffraction-interférences [Interférences]

On rappellera le principe d'Huyghens-Fresnel et l'on présentera les modèles de diffraction de Fresnel (à distance finie) et de Fraunhofer (à l'infini). On mettra en évidence le rôle de la transformation de Fourier 2D dont on fera une présentation mathématique succincte. On en tirera un programme pour calculer et simuler des figures de diffraction et d'interférences ; on le testera sur des exemples connus : fente, bi-fente, réseau de fentes, trous multiples, ouverture circulaire ...

■ S'adresse de préférence à des élèves connaissant un peu l'analyse de Fourier. ■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 9, 10 ; Pérez : Optique, Masson, 223-252 ; K-D. Möller, C. Belorgeot : Cours d'optique, Springer, 2007 ; J. Goodman, Introduction à l'optique de Fourier, Masson, 1972 ; W. Lauterborn et alii : Optique cohérente, Masson, 1997, 141-171 ; J. Arzac : Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod, 1961 ; F. Roddier : Distributions, McGraw-Hill, 1988 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 158-165 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 72-80 ■ Collaboration possible avec le sujet n° OP22 ■

### ■ OP22. Optique de Fourier : formation et traitement des images [Images]

On rappellera le principe de formation des images en éclairage cohérent et incohérent respectivement. On mettra en évidence le rôle de la convolution 2D dont on fera une présentation mathématique succincte. On en tirera un programme pour modéliser et simuler la formation et le traitement des images en optique ; on le testera sur des exemples connus.

■ S'adresse de préférence à des élèves connaissant un peu l'analyse de Fourier et la convolution. ■ J-P. Pérez : Optique, Masson, 1996, 339-366 ; K-D. Möller, C. Belorgeot : Cours d'optique, Springer, 2007 ; J. Goodman, Introduction à l'optique de Fourier, Masson, 1972 ; J. Arzac : Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod, 1961 ; F. Roddier : Distributions, McGraw-Hill, 1988 ■ Collaboration possible avec le sujet n° OP11 ■

### ■ PH02. Analyse dimensionnelle [Anadim]

L'analyse dimensionnelle est occasionnellement utilisée par les physiciens pour vérifier l'homogénéité des formules ou déduire l'unité d'une grandeur ; on s'appuiera sur les capacités symboliques de Mathematica pour réaliser en programme d'analyse dimensionnelle ; au besoin on utilisera le paquetage « Units » fourni avec le logiciel. Le cas échéant, on appliquera le programme à la mise en forme adimensionnelle des équations.

■ M. Eminyany, K. Rubin : Introduction à la simulation des systèmes physiques, InterEditions, 1994 ; L. Sedov : Similitude et dimensions en mécanique, Mir, 1977 ; R. Barrère : Mathematica, Vuibert, 2002 ; D. Beaufort, P-A. Bonfils, N. Bouille : Analyse dimensionnelle, ensmm, projet 2002-123 ■

### ■ PH11. Relativité [Relativité]

On énoncera les principes de base des calculs en relativité restreinte, en les assortissant éventuellement d'une présentation historique. Autrement dit, on introduira l'espace temps 4-D, la métrique pré-euclidienne, la transformation de Lorentz. On programmera et appliquera ces outils à quelques problèmes connus : contraction des longueurs, dilatation des durées, effet Doppler, chocs de particules relativistes... Le cas échéant, on pourra poursuivre avec la formulation tensorielle relativiste de l'électromagnétisme en vérifiant que les équations de Maxwell s'en déduisent par projection.

■ La seule difficulté est la nouveauté du sujet, mais ce n'en est pas une ; il s'adresse donc à des étudiants curieux. ■ Les aspects cinématiques ayant déjà été traités, on se concentrera sur l'électromagnétisme relativiste. ■ M-E. Berthon, M-E. Guillaumont : Comprendre la relativité, Tec&Doc, 1999 ; J. Faget : Electromagnétisme et relativité restreinte, Vuibert, 1983 (document prêté) ; M. Cissoko : Relativité restreinte, Armand Colin, 1994 ; M. Lambert : Relativité restreinte et électromagnétisme, Ellipses, 2000 ; L. Nottale : La relativité dans tous ses états, Hachette, 1998 ; A.S. Eddington : Espace, temps, gravitation, Hermann, 1921 ■

### ■ MP55. Simulation de sources de vapeurs atomiques [Vaposimulation]

L'objectif du projet est de développer un programme capable de simuler la distribution spatiale de sources de vapeurs atomiques destinées à la croissance de films minces nanostructurés. Le système de base 2D sera considéré dans un premier temps. Il sera constitué d'une seule source de vapeur émettant un flux d'atomes, orienté selon un angle  $\alpha$  compris entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la normale à la surface réceptrice. Le profil de distribution des atomes condensés sur cette surface réceptrice sera déterminé en fonction des caractéristiques du flux de vapeur (e.g., distribution Gaussienne, angle  $\alpha$  ...). L'exercice pourra alors être étendu à un système 3D constitué de une, deux voire trois sources de vapeurs atomiques réparties de manière équidistante.

■ B. Chapman : « Glow discharge processes », Wiley & Sons, 1980 ; A. Richardt, A.M. Durand, « La pratique du vide et des dépôts de couches minces », In Fine, 1995 ; A. Richardt, A.M. Durand, « Le vide, les couches minces, les couches dures », In Fine, 1994 ; R.F. Bunshah, « Handbook of deposition technologies for films and coatings », 2nd edition, Noyes Publications, 1994 ; L.I. Maissel, R. Glang, « Handbook of thin films technology », McGraw-Hill, 1983 ; J.J. Cuomo, S.M. Rosnagel, H.R. Kaufman, « Handbook of ion beam processing technology », Noyes Publication, 1989 ; G. Hass, R.E. Thun, « Physics of thin films », Academic Press, 1966 ■

**■ CH01. Syntaxe chimique [Chimiosyntaxe]**

On se propose de développer un programme d'analyse syntaxique des formules chimiques qui construise une forme Mathematica de type `Chemical[{X, i}, {Y, j}...]` à partir de la forme usuelle  $X_i Y_j \dots$  ; le cas échéant on inclura une extension capable de traiter les ions. On le complètera par un programme d'équilibrage des réactions chimiques. Le cas échéant, on complètera ce programme par un traducteur assurant la correspondance entre les formules chimiques et leurs désignations verbales (para-aminoazobenzène ...)

■ Projet nécessitant une certaine agilité dans l'usage de Mathematica ; s'adresse à des étudiants souhaitant développer une telle compétence. ■ Document fourni : extrait de polycopié. ■ R. Crandall : Mathematica for the sciences, Addison-Wesley, 1990, 169-174 ; Laszlo : Sémantique chimique, Ellipses ; P. Javet, P. Lerch, E. Plattner : Introduction à la chimie pour ingénieurs, PPUR, 1995 ■

**■ CH05. Visualisation des molécules [Visumol]**

On examinera la possibilité de décrire la géométrie des liaisons chimiques par des règles ; on fera la part de ce qui ressortit au calcul et de ce qui ressortit au stockage d'information. On concevra un programme qui construit une représentation spatiale schématique des molécules à partir de leur formule chimique, en se limitant au besoin à une catégorie particulière de molécules. On tâchera de tirer avantage de la parenté du problème avec la modélisation des mécanismes. On prendra en compte les tailles des atomes et des liaisons ainsi qu'un représentation conventionnelle des atomes par des couleurs.

■ Le problème a été bien dégrossi en mini-projet ; il s'agit donc ici de retoucher et compléter le programme. ■ P. Morlaës, J-C. Morlaës : Structure de la matière, Vuibert, 1982, 157-160 ; P. Morlaës, J-C. Morlaës : Cinétique chimique et chimie organique, Vuibert, 1985, 189-238 ; projets 2000B, 2003B, 2004B, 2004B (GAO) ■

**■ CH11. Equilibres chimiques [Chimio-équilibres]**

On rappellera les principes de thermodynamique au moyen desquels on décrit les équilibres chimiques (loi d'action de masse) et leur évolution en fonction des paramètres usuels (température, pression, concentrations des différentes espèces). On en déduira et on programmera les fonctions permettant de calculer les pressions ou concentrations à l'équilibre, ainsi que leur évolution en fonction des paramètres ; on les utilisera pour simuler le comportement de quelques réactions. On tâchera de mener les calculs exacts le plus loin possible ; en cas de nécessité, on passera à des approximations. Au besoin, on constituera une petite base de données de constantes thermodynamiques afin de tester ces programmes sur des données réalistes. On sera peut-être amenés à distinguer les cas : phase gazeuse, phase liquide, équilibre hétérogène. Le cas échéant, on appliquera la méthode aux systèmes liquide-vapeur.

■ On utilisera une représentation interne des molécules  $X_i Y_j \dots$  de la forme `Chemical[{X, i}, {Y, j}...]`. Pour l'équilibrage automatique d'une réaction chimique, voir le sujet n° CH01. ■ P. Morlaës, J-C. Morlaës : Thermodynamique chimique, Vuibert, 1982 ; M-O. Delcourt, N. Bois, F. Chouaib : Thermodynamique et équilibres chimiques, De Boeck, 2001 ; ouvrages de chimie générale ; R. Crandall : Mathematica for the sciences, Addison-Wesley, 1990, 169-174 ; P. Javet, P. Lerch, E. Plattner : Introduction à la chimie pour ingénieurs, PPUR, 1995 ; W. Cropper : Mathematica computer programs for physical chemistry, Springer, 1998 ■

**■ CH12. Calculs de pH [pH]**

On rappellera le principe de calcul du pH des solutions et l'on montrera que ces calculs traditionnellement faits à la main moyennant des approximations convenables peuvent être traités par calcul formel ; on précisera en particulier la nature (algébrique, analytique ...) des problèmes sous-jacents. On concevra les programmes nécessaires pour calculer le pH dans les circonstances classiques : mono-acide ou mono-base, forts ou faibles, polyacide ou polybase, mélanges d'acides ou de bases, dosage acido-basique. On tâchera de mener les calculs exacts le plus loin possible ; en cas de nécessité, on passera à des approximations. Le cas échéant, on pourra constituer une petite base (de données!) des constantes d'acidité usuelles en vue de tester ces programmes sur des données réalistes.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 19 ; M. Ravaille, R. Didier : Chimie générale, Baillière, 1975 (ou autres manuels de chimie générale, analytique ou physique) ; R. Rosset, D. Bauer, J. Desbarres : Chimie analytique des solutions et informatique, Masson, 1991 ; L. Porcheron : Maple, Dunod, 1999, 253-257 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 165-188 ■ Collaboration possible avec les sujets n° CH13, CH14 ■

**■ CH13. Modélisation de la solubilité [Solubilité]**

On rappellera le principe des calculs de solubilité ; on précisera en particulier la nature (algébrique, analytique ...) des problèmes sous-jacents. On examinera les possibilités de traiter par calcul formel et programmation symbolique les évaluations de seuils de précipitation traditionnellement faites à la main moyennant des approximations convenables. On pourra en particulier analyser les cas d'un ion commun à plusieurs sels, de l'influence du pH et du dosage par précipitation. On tâchera de mener les calculs exacts le plus loin possible ; en cas de nécessité, on passera à des approximations. Le cas échéant, on pourra constituer une petite base des solubilités usuelles en vue de tester ces programmes sur des données réalistes.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 18, 20 ; M. Ravaille, R. Didier : Chimie générale, Baillière, 1975 (ou autres manuels de chimie générale, analytique ou physique) ; R. Rosset, D. Bauer, J. Desbarres : Chimie analytique des solutions et informatique, Masson, 1991 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990, 165-188 ■ Collaboration possible avec les sujets n° CH12, CH14 ■

**■ CH14. Modélisation des réactions d'oxydo-réduction [Rédox]**

On rappellera les principes relatifs à la modélisation des réactions d'oxydo-réduction ; on précisera en particulier la nature (algébrique, analytique ...) des problèmes sous-jacents. On examinera la possibilité de traiter par calcul formel et programmation symbolique la détermination des courbes de titrage rédox ainsi que des diagrammes rédox  $\pi$ -pH. On tâchera de mener les calculs exacts le plus loin possible ; en cas de nécessité, on passera à des approximations. Le cas échéant, on pourra constituer une petite base des potentiels de couples rédox usuels en vue de tester ces programmes sur des données réalistes.

■ G. Le Bris : Maple Acid, Cassini, 2001, études n° 18 ; M. Ravaille, R. Didier : Chimie générale, Baillière, 1975 (ou autres manuels de chimie générale, analytique ou physique) ; R. Rosset, D. Bauer, J. Desbarres : Chimie analytique des solutions et informatique, Masson, 1991 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 143-145 ; P. Javet, P. Lerch, E. Plattner : Introduction à la chimie pour ingénieurs, PPUR, 1995, 25- ■ Collaboration possible avec les sujets n° CH12, CH13 ■

**■ CH21. De la cinétique au génie chimique [Chimiocinétique]**

On rappellera la façon de décrire la cinétique d'une réaction chimique (cas homogène) en vérifiant que les modèles de réactions chimiques conduisent à des équations ou des systèmes différentiels ; on pourra traiter des exemples de réactions simples d'ordre entier voire non-entier, de réactions réversibles, successives ou parallèles. On présentera ensuite quelques types simples (ou simplifiés) de réacteurs (homogènes) dont on établira les modèles mathématiques par équation différentielle avec différents seconds membres : fermé, semi fermé, ouvert en régime permanent ... On développera corrélativement des fonctions Mathematica pour l'aide à la modélisation des réacteurs chimiques. Le cas échéant, on pourra s'appuyer sur une structure de données inspirée des modèles compartimentaux de la biologie.

■ Manuels de chimie générale ; L. Schmidt : The engineering of chemical reactions, Oxford, 1998 ; J. Villermaux : Génie de la réaction chimique, Tec&Doc, 1993, premiers chapitres ; J. Lieto : Le génie chimique à l'usage des chimistes, Tec&Doc, 1998, en particulier ch 10 ; M-O. Delcourt, N. Bois, F. Chouaib : Thermodynamique et équilibres chimiques, De Boeck, 2001 ; C. Leygnac, R. Thomas : Applications de l'informatique, Bréal, 1990 ; V. Bourges : La physique avec Maple, Ellipses, 2000, 162-165 ; W. Cropper : Mathematica computer programs for physical chemistry, Springer, 1998 ; H. Foley : Chemical engineering analysis using Mathematica, Academic Press, 2002, chapitres 7, 8, 9 ■ Collaboration possible avec le sujet n° BG05 (modèles compartimentaux) ■

**■ CH71. Dualité et cristallographie [Cristallothéorie]**

On se propose de développer des commandes Mathematica pour illustrer la dualité en espace euclidien, avec des applications au réseau réciproque en cristallographie ou aux séries de Fourier multiples. Les commandes pourront par exemple calculer et représenter graphiquement (en dimensions 2 ou 3) la base duale d'une base oblique, une forme linéaire orthogonale caractéristique d'un plan donné, les indices de Miller d'un plan réticulaire, la reconstitution d'une fonction périodique par superposition d'ondes planes ...

■ L'étude, proche d'un ancien cours de  $\mu 1$ , repose sur une bibliographie réduite. Pour ce genre de sujet, un peu d'imagination ne peut pas faire de mal. ■ R. Barrère : Calcul tensoriel, photocopié ensmm, 2001 ; J. Ziman : Principles of the theory of solids, Cambridge, 1964 ; ouvrages de mathématiques générales ou de calcul tensoriel ■

**■ BG05. Modèles compartimentaux en biologie [Compartiments]**

On expliquera comment on décrit la répartition des substances entre organes, cellules ou organites, ou encore des équilibres écologiques (ressources, organismes, populations...), par des modèles compartimentaux, que l'on visualise par des diagrammes représentant les compartiments et les flux de matière. On vérifiera que ces schémas conduisent à des modèles à base d'équations différentielles. On développera une structure de données représentant les compartiments et leurs échanges (graphe), ainsi que des commandes pour établir le modèle différentiel d'un système de compartiments puis résoudre les équations différentielles si possible. On remarquera la parenté avec les problèmes de cinétique chimique et de réacteurs chimiques.

■ F. & J-P. Bertrandias : Mathématiques pour les sciences de la nature et de la vie, Presses Universitaires de Grenoble, 1990, 85-89 ; J-P. & F. Bertrandias : Mathématiques pour les sciences de la vie, de la nature et de la santé, Presses Universitaires de Grenoble, 1997, 118-121 ; A. Pavé : Modélisation en biologie et en écologie, Aléas, 1994, ch 3 ; Y. Cherruault : Modèles et méthodes mathématiques pour les sciences du vivant, PUF, 1998, ch 2 ; H. Foley : Chemical engineering analysis using Mathematica, Academic Press, 2002, chapitres 7, 8, 9 ; R. Alberty : Biochemical thermodynamics, Wiley, 2006, chapitre 7 ; G. Sanchez : Solving Linear Compartmental Systems with Constant Coefficients with DSolve [enligne], archive Math Source, 2001, URL : <http://www.mathsource.com/Content/Applications/LifeScience/0211-554>  
■ Collaboration possible avec le sujet n° CH21 (cinétique chimique) ■

**■ GP11. Théorie des contraintes en gestion de production [Sim-TOC]**

La gestion de production a connu ces dernières années l'émergence d'une démarche d'amélioration continue à l'opposé des démarches traditionnelles de gestion par la comptabilité analytique : la théorie des contraintes (TOC). Dans ce cadre, on utilisera une modélisation simplifiée d'environnement de production industriel en vue de sa simulation par un programme ; celui-ci s'appuie sur une structure de données capable de représenter le flux de production (structure physique et scénario) et des lois d'évolution décrivant les flux ainsi que des indicateurs destinés à évaluer la performance du processus.

■ CAC : O. Clément (Olivier.Clement@ens2m.org). ■ Sujet original, hors des sentiers battus, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux. Des variantes sont possibles ■ E. Goldratt, J. Cox : Le but, Afnor, 2002 ; E. Goldratt : Réussir n'est pas une question de chance, Afnor, 2002 ; Addi Ait Hssain : Optimisation des flux de production, Dunod, 2000 ; P. Marris : Le management par les contraintes, Editions d'Organisation, 1994 ; cours de gestion de production ■

**■ TD11. Météo temps réel [Météo]**

On se propose avec la primitive WeatherData de réaliser des cartes météo nationales ou mondiales en temps réel, sous forme graphique ou d'animation, avec possibilité de choisir le ou les paramètre(s) représenté(s). Ce sujet fait entrer dans le domaine de l'informatique de réseau en donnant un exemple d'utilisation de ressources accessibles en ligne.

■ Sujet original, hors des sentiers battus, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux. Des variantes sont possibles avec des données astronomiques, géographiques, économiques, chimiques... • En raison de la nécessité de se connecter au réseau, on recommande un essai préliminaire avant d'adopter définitivement le sujet ■ Documentaton : aide en ligne ; ouvrages de météorologie ■

**■ DE11. Réécriture de cours [Algocours]**

Sous l'influence de l'informatique, ces 5 dernières décennies ont vu le calcul scientifique rénové par le développement intensif du calcul numérique puis de calcul formel et de la programmation symbolique. Cette transformation a pour conséquence la nécessaire reconception des enseignements scientifiques : aux anciens cours, il convient d'ajouter des questions nouvelles : comment on représente cela sur machine, comment on peut le calculer, comment on peut optimiser le calcul ? On se propose de reprendre les cours de maths, physique, chimie ou sciences industrielles de classes préparatoires (ou autres premiers cycles scientifiques) pour y introduire ces notions. Concrètement, chaque groupe optant pour ce sujet choisira un chapitre d'une de ces disciplines et en proposera une réécriture prenant en compte les apports de l'informatique.

■ Le sujet étant très ouvert et la difficulté inégale selon le chapitre choisi, en discuter d'abord avec le responsable. ■ Sujet original, hors des sentiers battus, s'adressant donc à des étudiants imaginatifs et audacieux ■ Ouvrages de premier cycle scientifique. ■

**■ RT11. Champs 2D et fonctions de variables complexes [Champs 2D]**

Avant le développement des techniques d'approximation numériques, on a beaucoup utilisé la théorie de fonctions de variables complexes pour traiter les problèmes plans de la physique mathématique, en particulier en mécanique des fluides ou en électrostatique. On se propose de réexaminer ces méthodes à la lumière du calcul formel et de la programmation symbolique en développant un programme pour le calcul des champs concernés.

■ Document fourni. ■ Sujet « rétro » en ce sens que ces méthodes, commodes lorsqu'on faisait des calculs à la main, ne sont quasiment plus utilisées ; mais le calcul formel pourrait leur redonner vie. ■ Ouvrages sur les fonctions de variables complexes ; ouvrages de mécanique des fluides ; E. Durand : Electrostatique, Masson, 1964 ■

**■ Sujets de macro-projets (maths et PIC)**

Commentés dans le polycopié de présentation, ces projets de plus grande envergure ont vocation à être traités par plusieurs groupes en partenariat, soit comme projets de maths, soit comme PIC. Eventuellement, des sous-ensembles de ces sujets pourraient être adoptés comme mini-projets ; symétriquement, certains sujets de mini-projets pourraient être élargis à de tels macro-projets.